

ALGEBRA II (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 4

Termín odevzdání: 24. 4. 2017 do 13:50 hod.

- (1) Rozhodněte, zda jsou následující dvojice algeber isomorfní. Pokud ano, najděte konkrétní isomorfismus. Pokud ne, zdůvodněte proč.

(a) $(\mathbb{Z}[\sqrt{2}], +, \cdot)$ a $(\mathbb{Z}[\sqrt{3}], +, \cdot)$,

(b) $(\mathbb{Z}_{13}^*, \cdot,^{-1}, 1)$ a $(\mathbb{Z}_{21}^*, \cdot,^{-1}, 1)$,

(c) $(5\mathbb{N}, \cdot)$ a $(11\mathbb{N}, \cdot)$.

(5 bodů)

- (2) Popište všechny homomorfismy grup z $(S_3, \circ,^{-1}, \text{id})$ do $(\mathbb{Z}_2, +, -, 0)$, do $(\mathbb{Z}_3, +, -, 0)$ a do $(\mathbb{Z}_4, +, -, 0)$.

(5 bodů)

- (3) Uvažujte n -prvkovou množinu X (kde n je přirozené číslo) a na množině $P(X)$ všech podmnožin X definujte binární operaci Δ předpisem

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Dodefinujte na $P(X)$ ostatní operace tak, aby $P(X)$ byla algebra isomorfní okruhu $(\mathbb{Z}_2^n, +, -, \cdot, 0, 1)$. Odpověď zdůvodněte.

(5 bodů)