

ALGEBRA II (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 2

Termín odevzdání: 21. 3. 2016 do 10:30 hod.

- (1) Popište všechny homomorfismy grup z $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, +, -, 0)$ do $(\mathbb{Q}, +, -, 0)$ a také všechny homomorfismy grup z $(\mathbb{Q}, +, -, 0)$ do $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, +, -, 0)$. (5 bodů)

- (2) Uvažujte n -prvkovou množinu X (kde n je přirozené číslo) a na množině $P(X)$ všech podmnožin X definujte binární operaci Δ předpisem

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Dodefinujte na $P(X)$ ostatní operace tak, aby $P(X)$ byla algebra isomorfní okruhu $(\mathbb{Z}_2^n, +, -, \cdot, 0, 1)$. Odpověď zdůvodněte. (5 bodů)

- (3) Ukažte, že pro nesoudělná přirozená čísla m, n jsou okruhy $\mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n$ a $\mathbb{Z}_{m \cdot n}$ isomorfní. Najděte konkrétní isomorfismus okruhů

$$f: \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2 \longrightarrow \mathbb{Z}_6.$$

(5 bodů)