

1. Spočítejte poslední dvě cifry čísla $2008^{2007^{2006}}$.
2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí $\varphi(9n + 6) = 2\varphi(3n + 2)$.
3. Řešte $x^9 + x^7 + 4 \equiv 0 \pmod{5}$.
4. V závislosti na celém čísle n určete $\text{NSD}(10n + 2, 4n - 1)$.
5. Dokažte, že pro všechna $k, l, m \in \mathbb{N}$ číslo 19 dělí číslo $70^{18k+1} + 26^{3l-1} + 46^{6m+2} + 2$.
6. Najděte všechna celá čísla x taková, že $4x \equiv 6 \pmod{16}$, $x \equiv 5 \pmod{13}$ a $5x \equiv 15 \pmod{25}$.
7. Najděte $u, v \in \mathbb{Z}$ taková, že $238u + 343v = \text{NSD}(238, 343)$.
8. Řešte $x^{x+1} \equiv y^2 \pmod{11}$.
9. Buď p prvočíslo. Najděte všechna přirozená čísla n taková, že $\varphi(pn) = p\varphi(n)$.
10. Najděte všechna celá čísla x taková, že $7x \equiv 8 \pmod{12}$ a $5x \equiv 9 \pmod{21}$.