Diofantické rovnice. Dnešní triky:

- nerovnosti, např.
  - $a^2 \geq 0$
  - $a \mid b \;\Rightarrow\; |a| = |b|$ nebo $|a| \leq |b/2|$
  - neexistují x, y taková, že $x^2 < y^2 < (x+1)^2$
  - atd.
- rozklady, např.
  - $ab = p$ prvočíslo, pak buď $a = \pm 1, b = \pm p$, nebo $a = \pm p, b = \pm 1$
  - $ab = x^n$, a, b nesoudělná, pak $a = \pm u^n, b = \pm v^n$ pro nějaká u, v
  - atd.

1. Řešte $x^2 + 3y^2 = 13$.

2. Řešte $x + y + z = 14$, $x + yz = 18$.

3. Řešte $x^2 = y(y+2)$.

4. Řešte $(x+3)^3 - x^3 = y^2$, $x \geq 0$.

5. Řešte $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$.

6. Řešte $x^2 = y^2 + p$, p prvočíslo.

7. Řešte $x^2 + 3x = y^3 - 2$.

8. Řešte $x(x+2y) = p + 3y^2$, p prvočíslo.

9. Řešte $1 + x + x^2 + x^3 = 2^y$.

10. Řešte $x(y+1)^2 = 243y$.

11. Dokažte, že číslo x se dá napsat jako součet několika (aspoň dvou) po sobě jdoucích čísel právě tehdy, když x není tvaru 2^n.