

Matematická indukce je technika pro dokazování vlastností přirozených čísel. Dokážeme-li, že

- (1) číslo 1 má vlastnost V ,
- (2) pro každé n , má-li číslo n vlastnost V , pak má tuto vlastnost i číslo $n + 1$,

pak můžeme dedukovat, že každé přirozené číslo n má vlastnost V .

1. Dokažte, že $7 \mid n^7 - n$.
2. Dokažte, že $9 \mid 4^n + 6n - 1$.
3. Dokažte, že $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
4. Dokažte, že $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.
5. * Sečtěte řadu $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$.
6. * Sečtěte řadu $1^3 + 2^3 + \dots + n^3$.

Několik elementárně řešitelných úloh.

7. Existuje nekonečně mnoho složených čísel tvaru $n^2 + n + 41$, kde n je přirozené číslo?
8. Odvoď kritérium dělitelnosti 9, 11 a 7.
9. Je-li $2^n - 1$ prvočíslo, je n prvočíslo.
10. * Existuje nekonečně mnoho složených čísel tvaru $n! + 1$.