

Třetí sada domácích úloh

Termín odevzdání 25./26.10. 18:00

Příklad 1. Najděte poslední dvě cifry čísla $2012^{2011^{2010^{2009^{2008}}}}$.

Příklad 2. Najděte všechna $n \in \mathbb{N}$, pro která platí $13 \mid 4(n^2 + 1)$.

Příklad 3. Dokažte, že pro každé $a \in \mathbb{Z}$ a každá dvě různá prvočísla p, q platí

$$pq \mid a^{p+q} - a^{p+1} - a^{q+1} + a^{1+1}.$$

Příklad 4. Dokažte, že je-li p prvočíslo různé od 2, potom

$$p \mid 1^p + 2^p + 3^p + \dots + (p-1)^p.$$

Příklad 5. Najděte všechna $n \in \mathbb{N}$ taková, že $\varphi(n) = 18$.