

Domácí úlohy 2.  
odevzdat do 4.3. 9:00

1. Mějme algebry  $\mathbf{A} = (A, *)$  a  $\mathbf{A}_1 = (A_1, *_1), \dots, \mathbf{A}_n = (A_n, *_n)$  typu (2) a  $f_i : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , homomorfismy. Dokažte, že zobrazení  $f : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}_1 \times \dots \times \mathbf{A}_n$  definované  $f(a) = (f_1(a), \dots, f_n(a))$ , je také homomorfismus.
2. Najděte všechny homomorfismy  $(\mathbb{Z}, +, \cdot) \rightarrow (\mathbb{Z}, +, \cdot)$ .
3. Dokažte, že  $(3\mathbb{N}, \cdot) \simeq (5\mathbb{N}, \cdot)$ . Zde  $k\mathbb{N}$  značí množinu všech čísel dělitelných  $k$ .
4. Dokažte, že žádné dvě z následujících algeber nejsou izomorfní:  $(\mathbb{N}, +)$ ,  $(\mathbb{N}, \cdot)$ ,  $(\mathbb{Z}, +)$ ,  $(\mathbb{Z}, \cdot)$ ,  $(\mathbb{Q}, +)$ ,  $(\mathbb{Q}, \cdot)$ . (Můžete bez důkazu využít všechny invarianty, které jsme si dokázali na přednášce nebo cvičení.)