

Třináctá sada domácích úloh

Termín odevzdání 10/11. 1. 2013 18:00

Pokud to vypadá, že vám vyjdou obrovská čísla, tak je nemusíte dopočítávat, stačí formule s kombinačními čísly a aritmetickými operacemi.

Příklad 1. Kolik existuje různých funkcí $f : \mathbb{Z}_{10} \rightarrow \mathbb{Z}_{10}$, pokud funkce $f(x)$ a $f(x+k)$ považujeme za stejné pro každé $k \in \mathbb{Z}_{10}$?

Příklad 2. Kolika různými způsoby lze napsat do kruhu o 169 pozicích písmena A, C, G, U, pokud kruh můžeme libovolně otáčet a převracet (tj. grupa symetrií je D_{338})? A,C,G,U jsou zkratky chemických bází RNA, která se skutečně někdy vyskytuje v kruhové formě.

Návod: Podívejte se na příklad s náhrdelníkem ve skriptech.

Příklad 3. Určete, kolika různými způsoby můžeme na stěny šestistěnné hrací kostky nakreslit šipky. Na každou stěnu kreslíme právě jednu šipku a šipka směřuje od středu stěny do středu jedné ze stran. Dvě nakreslení jsou stejná, pokud jedno z druhého dostaneme otočením kostky.

Návod: Podívejte se na příklad s kostkou ve skriptech. Ve svém řešení můžete bez důkazu použít výčet prvků grupy otočení krychle, který se nachází ve skriptech.

Příklad 4. Grupa A_5 působí na množinu $\{1, \dots, 5\}^3$ tak, že

$$\pi((k, l, m)) = (\pi(k), \pi(l), \pi(m)).$$

Například tedy pro $\pi = (1\ 3\ 4\ 5\ 2)$ máme $\pi((1, 2, 3)) = (3, 1, 4)$. Určete počet orbit tohoto působení.