

Druhé cvičení

12. 10. 2012

Příklad 1. Spočtete $\text{NSD}(1023, 96)$ a $\text{NSD}(2^{98} - 1, 2^{63} - 1)$. V obou případech najděte koeficienty z Bézoutovy rovnosti.

Příklad 2. Spočtete $\text{NSD}(x^2 - x, x - 2x + 1)$ a $\text{NSD}(x^3 + 2x + 1, x^2 + 3)$. V obou případech najděte koeficienty z Bézoutovy rovnosti.

Příklad 3. Určete poslední cifru čísla:

1. 14657^2
2. 11^{10}
3. 2^{1000}

Příklad 4. Dokažte, že existuje nekonečně mnoho prvočísel.

Příklad 5. Buďte k, l nenulová celá čísla taková, že $\text{NSD}(k, l) = 1$. Dokažte, že $kl|n$, právě když zároveň platí $k|n$ a $l|n$.

Příklad 6. V celých číslech vyřešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned}x &\equiv 3 \pmod{7} \\x^2 &\equiv 5 \pmod{11}.\end{aligned}$$

Druhá sada domácích úloh

Termín odevzdání 18./19.10. 18:00

Příklad 1. V závislosti na $k \in \mathbb{N}$ určete největšího společného dělitele čísel $2k - 1$ a $3k + 1$.

Příklad 2. Pro polynomy $p = 4x^4 + 6x^3 + x^2 + 1$, $q = x^2 + 4x + 3$ najděte polynomy r, s , aby $rp + sq$ byl roven (nějakému) největšímu společnému děliteli p, q . (Všechny operace provádějte nad tělesem racionálních čísel.)

Příklad 3. Určete poslední cifru čísla $2^{2012} - 1$.

Příklad 4. Vyřešte v celých číslech rovnici $x^2 + 10x + 6 \equiv 0 \pmod{17}$.