

## Domácí úlohy 2.

zaslat do 26.4. 10:40

na stanovsk@karlin.mff.cuni.cz

Úlohy pošlete v jednom souboru PDF. Úlohy můžete řešit ve dvojici, v takovém případě odevzdávejte jedno řešení se dvěma podpisy a každý musí sepsat řešení aspoň jedné úlohy. Oba uveďte přezdívku, pod kterou uvidíte výsledky na webu.

1. (5 bodů) Uvažujte Hammingův  $(4, 7)$ -kód popsáný na prosemináři. Dostali jste zprávu  
0010001001110100111011011011101100010100010011001100111

Předpokládejte, že v každé sedmici je nejvýše jedna chyba. Najděte původní zprávu.

2. (2 body) Uvažujte Reed-Salomonův  $(k, 256)$ -kód nad tělesem  $\mathbb{F}_{256}$ . Jaké největší  $k$  musíme zvolit, aby nám tento kód opravoval aspoň 10 chyb v každé sekvenci 256 písmen? (Písmenem zde rozumíme jeden prvek  $\mathbb{F}_{256}$ .)

3. (3 body) Uvažujte Reed-Salomonův  $(4, 7)$ -kód nad tělesem  $\mathbb{F}_{11}$  v bodech  $0, \dots, 6$ . Dorazila zpráva  $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 10)$ . Co byla původní zpráva? [Jde to dělat i dost složitě, ale jestli mohu radit, zamyslete se nad tím, jak jsem říkal, že pokud se dva polynomy stupně  $< k$  shodují v  $k$  bodech, pak musí být stejné.]

4. (5 bodů) Uvažujte těleso  $\mathbb{F}_4 = \mathbb{Z}_2[\alpha]/(\alpha^2 + \alpha + 1)$ , prvek  $a + b\alpha$  budeme zapisovat jako slovo  $ab$  délky 2. Uvažujte Reed-Salomonův  $(2, 4)$ -kód nad tímto tělesem, kde  $u_1 = 00, u_2 = 01, u_3 = 10, u_4 = 11$ . Dekódujte zprávu

01001010

(tj. jde o kódové slovo délky 4, původní slovo je délky 2).

5. (5 bodů) Spočtete všechny průsečíky křivky dané rovnicí

$$(x^2 - 1)(x - 1)^2 + (y^2 - 1)^2 = 0,$$

a přímky dané rovnicí  $y = 1$  v projektivní rovině  $\mathcal{P}^2(\mathbb{R})$ . Jak je možné, že nevyšla čtyři křížení? Má tato křivka nějaký bod v nekonečnu?

*Poznámka:* Tato křivka se nazývá "bicuspid curve" (v angličtině *cusp* znamená *hrot*). Najděte si ji na wikipedii nebo si ji nechte nakreslit Wolfram Alphou. Všimněte si, jak jim vykreslování kolem hrotů trochu selhává.