Domácí úlohy 5.

odevzdat do 10.1. 10:40

Nezapomeňte uvést přezdívku a jméno cvičicího.

1. (4 body) Najděte polynom $f \in \mathbb{Z}_5[x]$ co nejmenšího stupně splňující

$$f \equiv x + 1 \pmod{x^2 + 1}$$
$$f \equiv x \pmod{x^3 + 1}.$$

2. (3 body) V okruhu $\mathbb{Z}_3[\alpha]/(\alpha^4 + \alpha^3 + \alpha + 2)$ najděte prvek, který nemá inverz.

3. (4 body) Uvažujte těleso $\mathbf{T} = \mathbb{Z}_2[\alpha]/(\alpha^3 + \alpha + 1)$. Dokažte, že pro každé $u \in T$, $u \neq 0$, existuje $n \in \mathbb{N}$ takové, že $u = \alpha^n$. Najděte těleso tvaru $\mathbb{Z}_p[\alpha]/(m)$, které tuto vlastnost nemá.

4. (4 bodů) Vyjádřete následující symetrický polynom v proměnných $x_1, \dots, x_n$ jako součet součinů elementárních symetrických polynomů.

$$\sum_{i \neq j} x_i x_j^2$$