

Domácí úlohy 1.
odevzdat do 1.11. 10:40

Nezapomeňte uvést přezdívkou, jméno cvičícího a čas cvičení.

1. (4 body) Buď $m, n \in \mathbb{N}$. Dokažte, že $x^m - 1 \mid x^n - 1$ v $\mathbb{Z}[x]$ právě tehdy, když $m \mid n$.
Návod: dělte se zbytkem.
2. (4 body) Najděte všechna $a, b \in \mathbb{Q}$ taková, že polynom $x^5 + ax^4 + b$ má nějaký aspoň dvojnásobný kořen v \mathbb{Q} .
3. (4 body) Najděte polynom $f \in \mathbb{Z}[x]$ co nejmenějšího stupně takový, že prvek 1 je jeho kořenem, prvek 2 je jeho dvojnásobným kořenem a $f(3) = f(4)$.
4. (3 body) Najděte polynom $f \in \mathbb{Z}_{15}[x]$ stupně 3, který má aspoň 9 různých kořenů v okruhu \mathbb{Z}_{15} .