

Domácí úlohy 3. odevzdat do 10.4. 14:00

Nezapomeňte uvést přezdívku, jméno cvičícího a čas cvičení.

1. (4 body) Jsou následující páry grup izomorfní? (a) $\mathbf{GL}_2(\mathbb{Z}_2)$ a \mathbf{S}_3 , (b) \mathbf{A}_4 a $\mathbf{S}_3 \times \mathbb{Z}_2$.
2. (3 body) Dokažte, že $\mathbb{Q} \not\cong \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$. Návod: buď $\varphi : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ prostý homomorfismus, nechť $\varphi(1) = (r, s)$. Dokažte, že tato hodnota už určuje zobrazení jednoznačně a že nikdy nedostaneme zobrazení na $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.
3. (4 body) Uvažujte působení grupy \mathbf{S}_n na množině $\{(a, b) : a, b = 1, \dots, n\}$, permutace π působí po složkách, tj. $\pi(a, b) = (\pi(a), \pi(b))$. Kolik má toto působení orbit a jak jsou velké? Jak vypadají stabilizátory $\mathbf{G}_{(1,1)}$ a $\mathbf{G}_{(1,2)}$ a jaký mají index?
4. (4 body) Dětská stavebnice obsahuje 16 destiček ve tvaru pravidelného trojúhelníka, přičemž (a) je jich 8 červených a 8 modrých, (b) je na nich namalované boží oko jako na obrázku níže. Kolika způsoby z nich lze sestavit velký trojúhelník o čtyřnásobné hraně, až na otočení a převrácení?

