Domácí úlohy 2.
odevzdat do 13.11. 15:40

1. (3 body) Nechť G, H jsou konečné grupy nesoudělné velikosti. Dokažte, že
$$Aut(G \times H) \simeq Aut(G) \times Aut(H).$$

2. (3 body) Dokažte, že faktorgrupa $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$ je izomorfní multiplikativní grupě komplexních čísel s absolutní hodnotou 1.

3. (6 bodů) Spočtěte centrum grupy D_{2n} a spočtěte faktor $D_{2n}/Z(D_{2n})$. Dokažte, že grupa D_{2n} má netriviální vnější automorfismy.

(Můžete si zkusit rozmyslet, že Aut$(D_8)\simeq D_8$, ale Aut$(D_{16})\not\simeq D_{16}$, ale řešení odevzdávat nemusíte.)

4. (4 body) Spočtěte komutátorovou podgrupu D'_{2n}. Kolik je stupeň řešitelnosti grupy D_{2n} ?

5. (4 body) Buď M maximální podgrupa grupy G, tj. taková, že neexistuje podgrupa H splňující $M < H < G$. Předpokládejme, že je M normální v G. Dokažte, že index $[G : M]$ je prvočíslo (i v případě, že je G nekonečná).

Návod: upravte větu o korespondenci normálních podgrup v G a G/M tak, aby zahrnovala všechny podgrupy, a rozmyslete si, jak vypadají grupy bez podgrup.