

Doporučené úlohy 13.

1. a) Dětská stavebnice obsahuje 4 červené, 3 bílé a 2 modré trojúhelníkové destičky. Kolika způsoby je lze sestavit do velkého trojúhelníku s hranou 3? Dvě sestavy považujeme za totožné, dostaneme-li jednu z druhé otočením. b) Jak se výsledek změní, pokud je možné dílky pevně spojovat? Tedy pokud dvě sestavy považujeme za totožné, dostaneme-li jednu z druhé otočením nebo převrácením.

2. Dětská stavebnice obsahuje 9 totožných průhledných čtvercových destiček, na kterých je nakreslená šipka směřující od středu jedné hrany ke středu protilehlé hrany. Kolika způsoby je lze sestavit do velkého čtverce 3×3 ? Dvě sestavy považujeme za totožné, dostaneme-li jednu z druhé otočením nebo převrácením.

3. Kolika způsoby lze napsat do kruhu o 169 pozicích písmena A,C,G,U, pokud kruh můžeme libovolně otáčet a převracet? (Tj. grupa symetrií je \mathbf{D}_{338} .)

Poznámka: A,C,G,U jsou zkratky chemických bází RNA, která se skutečně někdy vyskytuje v kruhové formě.

4. Kolika způsoby lze nakreslit na stěny krychle šipky směřující od středu jedné hrany ke středu protilehlé hrany? Dvě nakreslení jsou stejná, pokud se liší otočením krychle.

5. Uvažujme působení grupy \mathbf{A}_5 na množinu $\{1, \dots, 5\}^3$ tak, že

$$\pi((k, l, m)) = (\pi(k), \pi(l), \pi(m)).$$

(Např. pro $\pi = (1\ 3\ 4\ 5\ 2)$ máme $\pi((1, 2, 3)) = (3, 1, 4)$.) Určete počet orbit tohoto působení.