

Domácí úlohy 5.  
odevzdat do 5.11. 12:00  
(počítá se max. 15 bodů)

1. (9 bodů) Rozhodněte, které z následujících příkladů jsou komutativními okruhy. Pro ty, které jsou, určete zda mají jednotku a zda jsou to obory integrity. (Pořadí operací je sčítání, opačný prvek, násobení, nula.)

- a)  $(\mathbb{Z}, +, -, *, 0)$ , kde  $x * y = 0$  pro všechna  $x, y \in \mathbb{Z}$ ;
- b)  $(\mathbb{Z}, +, -, +, 0)$ ;
- c)  $(\mathbb{Q}^+, \cdot, ^{-1}, +, 1)$ , kde  $\mathbb{Q}^+ = \{a \in \mathbb{Q} : a > 0\}$ ;
- d)  $(P(X), \Delta, id, \cap, \emptyset)$ , kde  $X$  je neprázdná množina,  $P(X)$  množina všech jejích podmnožin,  $A\Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$  (symetrická diference dvou množin) a  $id(A) = A$ . Diskutujte v závislosti na  $|X|$ .

2. (6 bodů) Buď  $\omega = e^{2\pi i/3}$ . Dokažte, že  $\mathbb{Z}[\omega] = \{a + b\omega : a, b \in \mathbb{Z}\}$ .