

Domácí úlohy 2.
odevzdat do 15.10. 12:00
(počítá se max. 15 bodů)

1. (6 bodů) Spočítejte poslední dvě cifry čísla $2013^{2012^{2011}}$. (Rozumí se $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.)
2. (2 body) Dokažte, že pro každé prvočíslo $p \neq 2$ platí $p \mid 1^p + 2^p + 3^p + \dots + p^p$.
3. (5 bodů) Skupině třinácti pirátů se podařilo uloupit bednu zlatých mincí. Zkusili je rozdělit rovným dílem na třináct hromádek, ale deset mincí jim zbylo. O zbylé mince se strhla rvačka, při níž jednoho piráta propíchl. Přestali tedy bojovat a zkusili mezi sebe znovu rozdělit mince rovným dílem. Tentokrát zbyly tři mince, o které opět začali bojovat. V boji zahynul další pirát a tak si ostatní opět zkusili mince spravedlivě rozdělit, tentokrát úspěšně. Kolik bylo nejméně mincí, které piráti ukradli?
4. (5 bodů) Najděte všechna $x \in \mathbb{Z}$, pro která platí obě podmínky

$$3^x \equiv 1 \pmod{13}$$

$$3x \equiv 1 \pmod{13}$$