

MATICOVÝ POČET

1. K následujícím maticím nalezněte inverzní (pokud existují).

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Určete hodnotu matice v závislosti na parametru:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & 2 & 1 & 2 & a \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & a & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. V závislosti na parametru určete hodnotu následující matice.

$$\begin{pmatrix} a & -1 & 1 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & a & -2 & 1 & 2 \\ a & 1 & 1 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Spočtěte následující determinanty.

4.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 7 & 5 \\ 4 & 8 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

5.
$$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}$$

6. V závislosti na parametru určete hodnotu a hodnotu determinantu následujících matic.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & a & -1 \\ 1 & 0 & a & -2 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & a & -2 \\ 1 & a & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

7. Řešte soustavu:

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 1 \\ 2x + 3y &= 1 \\ -y + z &= 1 \end{aligned}$$

pomocí Gaussovy eliminace a pak pomocí inverzní matice.

8. Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} x + y + 2u + 3v &= 1 \\ 3x + 4y + u + v &= 1 \\ 2x + 2u + 4v &= 1 \\ 2x + 5y + u &= 1. \end{aligned}$$

9. Řešte soustavu

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 &= -5 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 7x_1 - x_2 + 4x_3 - 3x_4 &= 15 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 &= -3 \end{aligned}$$

a spočítejte determinant soustavy.

Řešte (v závislosti na parametru) následující soustavy lineárních rovnic.

10.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 &= 1 \\2x_1 + x_2 - x_4 &= -1 \\x_1 - 2x_4 &= -2 \\x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= -1\end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 &= 2 \\2x_1 + x_2 - x_4 &= -3 \\x_1 - 2x_4 &= 2 \\x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= 2\end{aligned}$$

12.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 &= 0 \\2x_1 + x_2 - x_4 &= -1 \\x_1 - 2x_4 &= 0 \\x_1 + x_2 + ax_3 - 2x_4 &= -1\end{aligned}$$

13.

$$\begin{aligned}2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= 1 \\-2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 &= -1 \\ax_1 + ax_2 - 2x_4 &= 0 \\x_1 + x_2 - 2x_4 &= -1\end{aligned}$$

VÝSLEDKY

1.

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \text{ inverzní matice neexistuje} \quad \begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -5/4 & 1/4 & 3/4 & 1/4 & -1/4 \\ 1/16 & -1/16 & 5/16 & 3/16 & -3/16 \\ 5/8 & -5/8 & 1/8 & -1/8 & 9/8 \\ 3/8 & -3/8 & -1/8 & 1/8 & 7/8 \\ 5/16 & 11/16 & -7/16 & -1/16 & -15/16 \end{pmatrix}$$

2. $h(A) = 4$, pokud $a \neq 1$; $h(A) = 3$, pokud $a = 1$ 3. $h(A) = 3$ 4. 0 5. $-294 \cdot 10^5$

6. $h(A) = 4$, pokud $a \neq 7/6$; $h(A) = 3$, pokud $a = 7/6$; $\det A = -6a + 7$, $h(A) = 4$, pokud $a \neq \pm\sqrt{2}$; $h(A) = 3$, pokud $a \in \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$; $\det A = a^2 - 2$ 7. $x = 5$, $y = -3$, $z = -2$ 8. $x = 1/6 - t$, $y = t$, $u = 2/3 - 3t$, $v = -1/6 + 2t$, $t \in \mathbf{R}$ 9. $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$, $x_4 = 0$, $\det A = -60$

10. $x_1 = 2$, $x_2 = -3$, $x_3 = 2$, $x_4 = 2$ 11. $x_1 = -4$, $x_2 = 2$, $x_3 = -1$, $x_4 = -3$ 12. Pokud $a \neq -3/2$, pak $x_1 = -2a/(3 + 2a)$, $x_2 = (a - 3)/(3 + 2a)$, $x_3 = -3/(3 + 2a)$, $x_4 = -a/(3 + 2a)$;

pokud $a = -3/2$ soustava nemá řešení. 13. Pokud $a \neq 1$, pak $x_1 = \frac{5a + 12}{6(a - 1)}$, $x_2 = -\frac{5a + 6}{6(a - 1)}$, $x_3 =$

$-\frac{a + 6}{2(a - 1)}$, $x_4 = \frac{a}{2(a - 1)}$; pokud $a = 1$, pak soustava nemá řešení.