

6. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKKA

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 15 body.

1. Spočtete limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(3^{\frac{1}{n}} - 4^{\frac{1}{\sqrt{n^3}}} \right).$$

2. Spočtete limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (\cos 2\pi x)^{\frac{1}{\sin^2 \pi x}}.$$

3. Nalezněte $c \in \mathbb{R}$ takové, aby měla funkce

$$f(x) = \begin{cases} x^{(x^c)} - 1, & x \in (0, 1), \\ \sin c(x - 1), & x \in (1, \infty), \end{cases}$$

vlastní derivaci v bodě 1.

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \log \left(2x + \frac{1}{3x} \right).$$

Nalezněte D_f a limity v krajních bodech D_f . Nalezněte její intervaly monotonie, lokální i globální extrémy a obor hodnot. Dále nalezněte její intervaly konvexity, konkávitý a inflexní body. Určete asymptoty a načrtněte její graf.