

5. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKKA

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 15 body.

1. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\log n)^{\left(\sqrt{n}^{\frac{1}{n}}\right)}.$$

2. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + 2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)^{\sqrt{x}}.$$

3. Vyšetřete, ve kterých bodech je funkce

$$f(x) = (x - 1) \left(\arcsin \frac{2x}{x^2 + 1} \right)$$

definovaná a kde je (i jednostranně) diferencovatelná.

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \sin x + |\cos x - \sin x|, \quad x \in \left\langle -\frac{3}{4}\pi, \pi \right\rangle.$$

Vyšetřete (i jednostrannou) derivaci funkce f ve všech bodech definičního oboru. Nalezněte její intervaly monotonie, lokální i globální extrémy a obor hodnot. Dále nalezněte její intervaly konvexity, konkávity a inflexní body. Načrtněte její graf.