

#### 4. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKÁ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 15 body.

1. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \cos \left( \frac{2n}{n^2 + 1} \right) \right) \log \left( 3^{n^2} + 1 \right).$$

2. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x} \right) \left( \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x^2}} - \sqrt[3]{x} \right).$$

3. Vyšetřete, ve kterých bodech je funkce

$$f(x) = \max\{x, x^3\}, \quad x \in \mathbb{R},$$

(i jednostranně) diferencovatelná.

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x^2 - 1|}}.$$

Vyšetřete definiční obor, limity v krajních bodech  $D_f$  a derivaci  $f$ . Nalezněte její lokální i globální extrémy a obor hodnot. Dále nalezněte její intervaly konvexity, konkávity a inflexní body. Zjistěte, zdali má asymptoty, a načrtněte její graf.