

3. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKÁ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 15 body.

1. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(2^n + \sin n + n^3)}{\log(n^{12} + 5^n)}.$$

2. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{e^x - x - \cos x}.$$

3. Vyšetřete, ve kterých bodech je funkce

$$f(x) = [x]x^2, \quad x \in \mathbb{R},$$

(i jednostranně) diferencovatelná. (Zde $[x]$ značí celou část čísla x .)

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-|\frac{x-1}{x}|}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Vyšetřete derivaci f (i jednostranné derivace). Nalezněte její lokální i globální extrémy a obor hodnot. Dále nalezněte její intervaly konvexity, konkávity a inflexní body. Zjistěte, zdali má asymptoty, a načrtněte její graf.