

## 2. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKÁ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 15 body.

1. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} - \sqrt[3]{n^3 + n}}{\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n + \sqrt[3]{n}}}.$$

2. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{x \rightarrow 0_+} ((\cotg x)^{\operatorname{tg} x})^{\frac{1}{\sin x \log x}}.$$

3. Vyšetřete, ve kterých bodech je funkce

$$f(x) = (x - 1) \operatorname{sgn}((x - 1)(x + 1)^2)$$

spojitá. Dále vyšetřete (i jednostrannou) diferencovatelnost funkce  $f$ .

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \frac{x}{2} + \operatorname{arccotg} |x + 1|.$$

Vyšetřete derivaci  $f$  (i jednostranné derivace). Nalezněte její lokální i globální extrémy a obor hodnot. Dále nalezněte její intervaly konvexity, konkávity a inflexní body. Zjistěte, zdali má asymptoty, a načrtněte její graf.