

1. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKÁ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 15 body.

1. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \sqrt[n]{\frac{10^n + \cos n + n^3}{2^n + \sin n! + n^{10}}}.$$

2. Spočítejte limitu nebo dokažte, že neexistuje:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{|x|}}{\sqrt{1 - \cos x}}.$$

3. Vyšetřete, ve kterých bodech je funkce

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sin x}{x^3}, & x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ \frac{1}{6}, & x = 0, \end{cases}$$

spojitá. Dále nalezněte (i jednostranné) derivace funkce f .

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \sin x + \frac{1}{6 \sin x}, \quad x \in (0, \pi).$$

Nalezněte její lokální i globální extrémy a obor hodnot. Dále nalezněte její intervaly konvexity, konkávity a inflexní body.