

Úvod do analýzy na varietách, ZS 2018

Vzorová písemka

1. Množina M (Projektivní prostor) je definována takto:

$$M = \{L_1 \subset \mathbb{R}^2 \mid L_1 \text{ je podprostor v } \mathbb{R}^2, \dim L_1 = 1\}.$$

Sestrojte atlas na M a ověřte, že jsou příslušné přechodové funkce hladké.

2. Dvoudimenzionální varieta M v \mathbb{R}^4 je zadaná zobrazením Φ :

$$x = (r^2 - s^2)/2, y = r - s, z = rs, w = r + s,$$

kde $0 \leq s \leq r \leq 1$.

Vypočítejte

$$\int_M \frac{1}{y^2 - 2z + 2} dS.$$

3. (i) Napište podrobně definici pojmu k -dimenzionální singulární krychle c v otevřené podmnožině $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ a definici integrálu $\int_{\langle c \rangle} \omega$ pro diferenciální formu ω stupně k v Ω .
Napište větu o tom, jak se změní tento integrál při změně parametrizace a větu dokažte.
(ii) Napište definici řetězce c dimenze k a definici hranice ∂c tohoto řetězce.
4. Pro hladké zobrazení $f : M \rightarrow N$ mezi varietami definujte tečné zobrazení f_* z TM do TN a napište jeho základní vlastnosti.
5. Pro hladké zobrazení $f : M \rightarrow N$ mezi varietami definujte zobrazení f^* z prostoru diferenciálních forem stupně k na varietě N do prostoru diferenciálních forem stupně k na varietě M . Formulujte jeho základní vlastnosti a dokažte je.