Cvičení: Spojitost, derivace:

- Např. užitím věty o derivaci složené funkce spočtěte první derivaci funkcí $arcsin(x)$, $arccos(x)$.
- Buď funkce f zadána předpisem $f(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x})$ pro $x \in \mathbb{R}^\star$ a $f(0) = 0$. Spočtěte $f'(x)$ všude, kde existuje. Je f' spojitá v bodě $x = 0$?
- Najděte součtové vzorce pro

$$P_n(x) = 1 + 2x + \cdots + nx^{n-1}\,,\; Q_n(x) = 1^2 + 2^2x + \cdots + n^2x^{n-1}$$

- Pod jakým úhlem se protínají grafy funkcí $x = y^2$, $y = x^2$?
- Najděte příklad funkce, nespojité v každém bodě $x \in \mathbb{R}$, jejíž druhá mocnina je funkce spojitá v každém bodě $x \in \mathbb{R}$.
- Předpokládejme, že funkce f má derivaci na $\mathbb{R}$. Dokažte, že pokud f je sudá funkce, je f' lichá funkce.
- Existuje derivace funkce $f(x) = x|x|$ v bodě $x = 0$?
- Dokažte, že funkce $f(x) = x^2$ resp. $f(x) = 0$ pro $x \in \mathbb{Q}$ resp. $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, má derivaci pouze v bodě $x = 0$.
- Spočtěte první derivace funkcí:

1. $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$
2. $f(x) = \sin \sin \sin x$
3. $f(x) = e^x + e^{e^x} + e^{e^{e^x}}$
4. $f(x) = 2^{tg\,\frac{1}{x}}$
5. $(a > 0)$

   $f(x) = x^{a^a} + a^{x^a} + a^{a^x}$
6. $f(x) = (\sin x)^{\;cosx} + (\cos x)^{\;sinx}$
7. $f(x) = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$
8. $f(x) = log_x e$