Cvičení: Posloupnosti funkcí - bodová a stejnoměrná konvergence:

- Rozhodněte o bodové resp. stejnoměrné konvergenci, diskutujte vlastnosti derivace limitní funkce:

$$f_n(x) = \arctan(nx)\ ,\ x \in \mathbb{R}$$

- $$f_n(x) = \frac{1}{n}\arctan(x^n)\ ,\ x \in \mathbb{R}$$
- $$f_n(x) = \frac{n}{1+n^2x^2}\ ,\ x \in \mathbb{R}$$
- $$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}\ ,\ x \in \mathbb{R}$$
- $$f_n(x) = \frac{x}{1+n^2x^2}\ ,\ x \in \mathbb{R}$$
- Buď $f_n(x) = nx\,e^{-nx^2}$. Rozhodněte a vysvětlete, zda a proč platí

$$\int_0^1 \lim_{n\to\infty} f_n(x)dx \stackrel{?}{=} \lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)dx$$

- Buď $f_n(x) = nx(1-x)^n$. Rozhodněte, zda-li

$$\int_0^1 \lim_{n\to\infty} f_n(x)dx \stackrel{?}{=} \lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)dx$$

- Spočtěte a výsledek teoreticky odůvodněte (tj. vyšetřete stejnoměrnou konvergenci na $<0,1>$):

$$\lim_{x\to 1-}\lim_{n\to\infty} x^n \stackrel{?}{=} \lim_{n\to\infty}\lim_{x\to 1-} x^n$$

Rozhodněte o bodové resp. stejnoměrné konvergenci:

- $$f_n(x) = n\ln(\frac{1+nx}{nx})\ ,\ x \in \mathbb{R}_+$$
- $$f_n(x) = \sqrt{n+1}\sin^n(x)\cos x\ ,\ x \in \mathbb{R}$$