Cvičení: Aplikace určitého integrálu (objemy, obsahy, délky), nevlastní Riemannův integrál, konvergence Riemannova integrálu:

Spočtěte určité Riemannovy integrály:

- $$\int_2^\infty \frac{1}{x^2} dx$$
- $$\int_0^\infty e^{-3x}\, dx$$
- $$\int_0^1 x \ln x \, dx$$
- $$\int_0^\infty e^{-ax} \cos(bx)\, dx \ , \ a, b \in \mathbb{R}$$
- $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x \, dx$$

Zjistěte konvergenci Riemannova integrálu:

- $$\int_0^\infty x^p \, dx \ , \ p \in \mathbb{R}$$
- $$\int_0^1 x^p \, dx \ , \ p \in \mathbb{R}$$
- $$\int_1^\infty x^p \, dx \ , \ p \in \mathbb{R}$$
- $$\int_0^\infty \frac{x^{\frac{5}{3}}}{1+x^2}\, dx$$
- $$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}\, dx$$
- $$\int_0^2 \frac{1}{\ln x}\, dx$$
- $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{x}\, dx$$
- $$\int_0^\infty \frac{\arctan x}{x^{\frac{3}{2}}}\, dx$$
- Spočtěte objem a povrch kuželu.
- Spočtěte povrch plochy dané rotací cykloidy (zadané parametricky)

  $$x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t),\ \ a > 0,\ \ 0 \le t \le 2\pi$$

  kolem osy x.
- Spočtěte povrch plochy dané rotací části kružnice $x^2 + y^2 = R^2$, $y > 0$, v intervalu $x \in < -a, a >$ kolem osy x, $0 < a < R$.
- Spočtěte objem tělesa daného rotací části asteroidy, $x = a\cos^3 t, y = a\sin^3 t$, $a > 0$, $0 \le t \le \pi$, kolem osy x.
- Spočtěte délku části asteroidy zadané v předchozím příkladu.