Cvičení: Skládání zobrazení, základní limity funkcí:

- Nalezněte $(f \circ f)(x)$ a $(f \circ f \circ f)(x)$ pro

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

- Nalezněte $f_n(x) := (f \circ f \circ \cdots \circ f)(x)$ ($n\times$ kompozice) pro

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

- Pokud existuje, nalezněte periodu funkce

$$f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x$$

- Pokud existuje, nalezněte periodu Dirichletovy funkce definované

$$f(x) = 1\,,\ x \in \mathbb{Q} \quad , \quad f(x) = 0\,,\ x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

- Spočtěte následující limity:

1. $$\lim_{x\to 1} \frac{x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n - n}{x-1}\,,\ n \in \mathbb{N}$$
2. $$\lim_{x\to 1} \frac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1}$$
3. $$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)(1+2x)\dots(1+nx) - 1}{x}\,,\ n \in \mathbb{N}$$
4. $$\lim_{x\to 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}\,,\ m,n \in \mathbb{N}$$
5. $$\lim_{x\to \infty} \frac{a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \cdots + b_1 x + b_0}\,,\ m,n \in \mathbb{N}$$
6. $$\lim_{x\to \infty} x(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$$
7. $$\lim_{x\to 16} \frac{x^{\frac{1}{4}} - 2}{x^{\frac{1}{2}} - 4}$$
8. $$\lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$$
9. $$\lim_{x\to 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{m}} - (1+bx)^{\frac{1}{n}}}{x}\,,\ m,n \in \mathbb{N},\ a,b \in \mathbb{R}$$