

**Zkoušková písemka z Kalkulu 3**  
**16. ledna 2024**

**Počební část**

**Příklad 1.** (10 bodů) Dokažte, že

$$\varphi(f) = f(1) - f(0)$$

je omezený lineární funkcionál na prostoru  $C([0, 2])$  a spočtěte  $\|\varphi\|$ .

**Příklad 2.** (10 bodů) Spočtěte reálnou Fourierovu řadu  $2\pi$ -periodické funkce  $f$  splňující

$$f(x) = 3 \sin x + \cos x + 2x + 1, \quad x \in [-\pi, \pi).$$

**Příklad 3.** (10 bodů) S pomocí reziduové věty spočtěte integrál

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 4)^2} dx.$$

**Teoretická část**

**Otázka 1.** (5 bodů) Napište definici pojmů esenciální supremum a esenciálně omezená funkce.

**Otázka 2.** (5 bodů) Zformulujte větu o spojitých lineárních funkcionálech na Hilbertově prostoru.

**Otázka 3.** (5 bodů) Zformulujte Banachovu-Steinhausovu větu (princip stejnoměrné omezenosti).

**Otázka 4.** (5 bodů) Zformulujte větu o spojitosti Fourierovy transformace.

**Otázka 5.** (5 bodů) Zformulujte reziduovou větu.

**Otázka 6.** (5 bodů) Nalezněte spojitou funkci na  $\mathbb{C}$ , která není na  $\mathbb{C}$  holomorfní.

*K úspěšnému složení zkoušky je třeba získat alespoň 16 bodů jak z počební, tak i z teoretické části a alespoň 35 bodů za obě části dohromady.*

*K celkovému hodnocení známkou výborně je navíc třeba získat dohromady za obě části zkoušky alespoň 52 bodů, a k celkovému hodnocení známkou velmi dobře je třeba získat dohromady alespoň 43 bodů.*