

Kombinatorika

1. Šestnáct fotbalových družstev hrálo turnaj systémem každý s každým (každá dvojice sehrála jeden zápas). V celém turnaji padlo 420 gólů. Jaký byl průměrný počet gólů na jeden zápas?
2. Hodíme třemi stejnými hracími kostkami. a) Jaká je pravděpodobnost, že na všech kostkách padne totéž číslo? b) Jaká je pravděpodobnost, že na dvou kostkách bude stejné číslo a na třetí jiné?
3. Kolika způsoby lze přidělit 15 stejných chlebíčků pěti kamarádům tak, aby každý dostal aspoň dva chlebíčky?
4. Určete počet všech přirozených pěticiferných čísel, která jsou tvořena pouze ciframi 1, 4 a 7 (přičemž ne všechny musí být použity) a mají shodný počet cifer 1 a 4.
5. Obchodník nabízí různá balení obsahující deset kusů čokolád, přičemž každá z nich má jednu ze šesti příchutí. Může mít obchodník pravdu, jestliže tvrdí, že zákazníci mají na výběr z více než tří tisíc různých balení?
6. Pomocí binomické věty zjistěte koeficient u členu x^{90} v polynomu $(1 - x^2)^{50}$.

Výsledky úloh jsou uvedeny na další straně.

Řešení

1. $420/\binom{16}{2} = 7/2$.

2. a) $1/36$, b) $5/12$.

3. $9!/(5! \cdot 4!) = 126$.

4. 51.

5. Ze šesti příchutí lze nakombinovat až $15!/(10! \cdot 5!) = 3003$ balení po deseti kusech, obchodník tedy může mít pravdu.

6. $-\binom{50}{5} = -2\,118\,760$.