Numerický odhad projekční matice P
Direct Linear Transformation

- Předpokládejme, že zobrazení mezi P^3 a P^2 je lineární

$$X' = PX$$

$$P = \left[Kt \;\; KR\right] = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^1 \\ P^2 \\ P^3 \end{pmatrix}$$

- P má 11 DoF,
  znalost dvojice bod ←→ průmět znamená 2 rovnice - minimální řešení vyžaduje alespoň 5 ½ dvojic

$$X' \times PX = \vec{o}$$

DLT

$$X' \times PX = \vec{o}$$

$$X' \times PX = \begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} P^1 X \\ P^2 X \\ P^3 X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_1 P^3 X - x'_2 P^2 X \\ -x'_0 P^3 X + x'_2 P^1 X \\ x'_0 P^2 X - x'_1 P^1 X \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (0,0,0,0) & -x'_2 X & x'_1 X \\ x'_2 X & (0,0,0,0) & -x'_0 X \\ -x'_1 X & x'_0 X & (0,0,0,0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P^1 \\ P^2 \\ P^3 \end{pmatrix} = o$$

Řeší se opět přibližně pomocí SVD

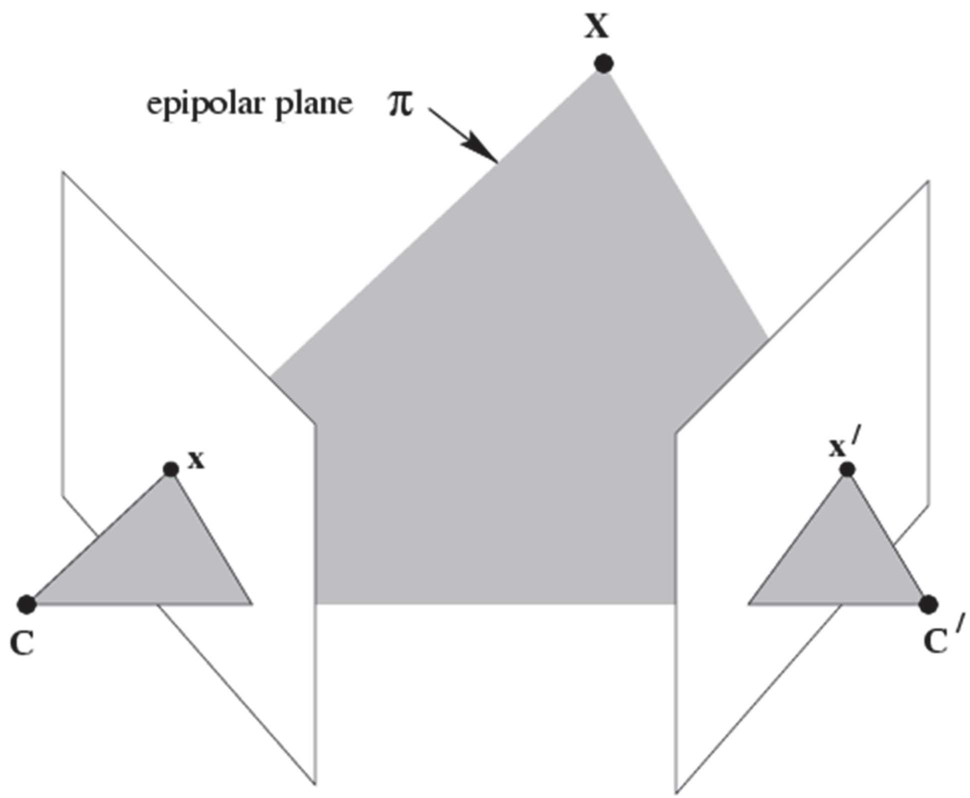
Tři problémy:

(i) **Korespondence**: Když známe bod x na prvním obrázku, kde může ležet x' na druhém obrázku?

(ii) **Poloha kamery + projekční matice:** jak z daných odpovídajících dvojic $\{x_i \leftrightarrow x'_i\}$, i=1,…,n, určit projekční matice P and P' obou kamer? Jaká je transformace mezi oběma snímky?

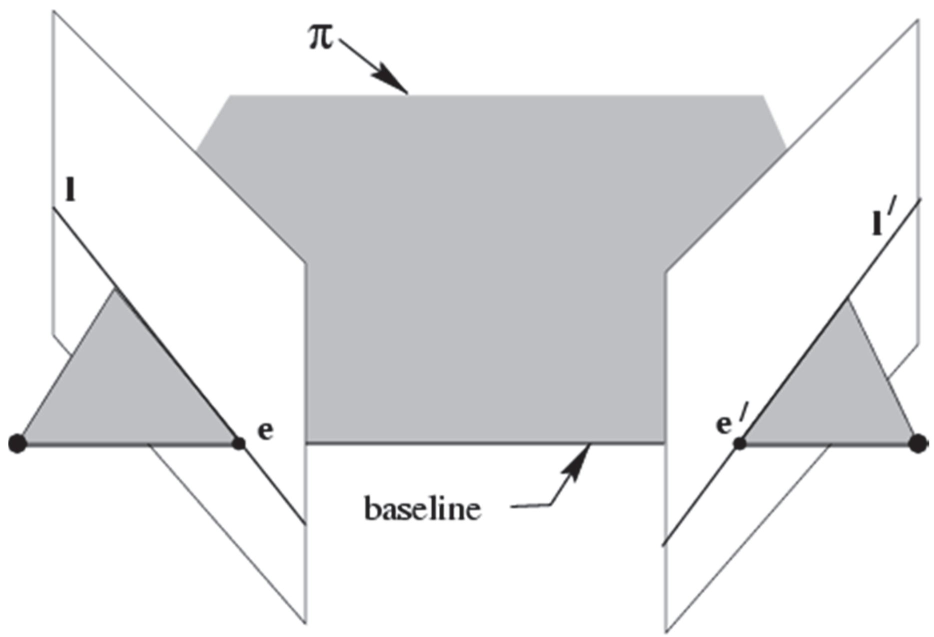
(iii) **3D rekonstrukce:** Jsou-li dány odpovídající $x_i \leftrightarrow x'_i$ a projekční matice P, P', jaká je poloha X v prostoru?

Epipolární geometrie



C, C’, x, x’ a X jsou v jedné rovině

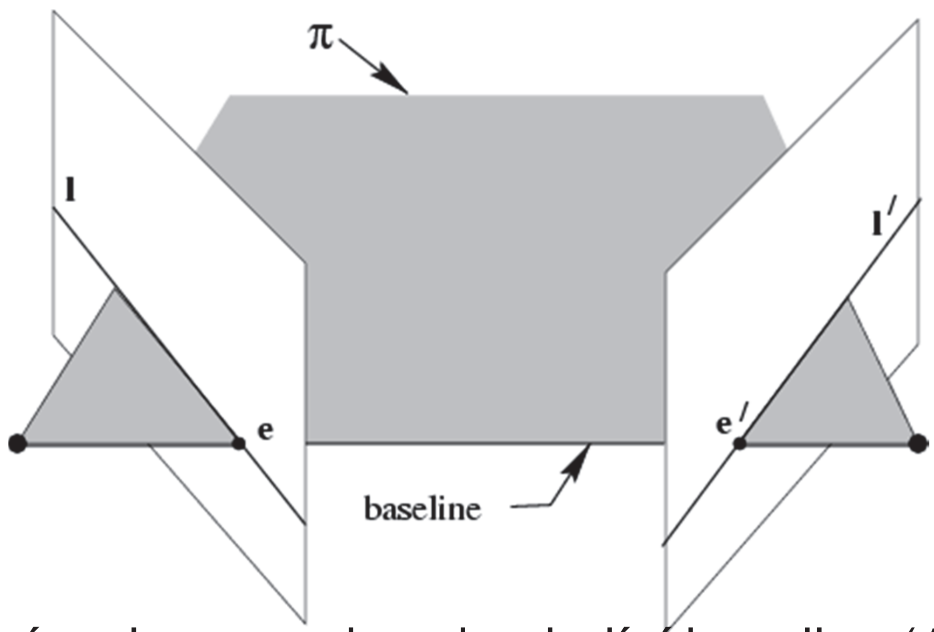
Epipolární geometrie



Všechny body π se promítnou na l a l’

Epipóly

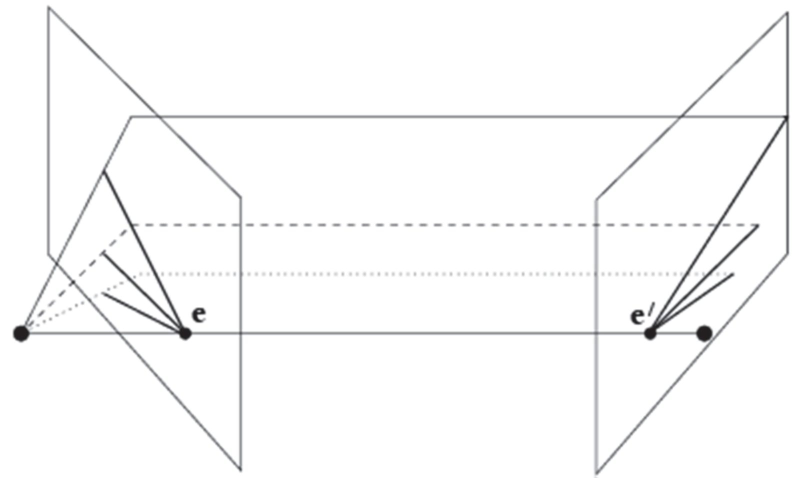
epipóly e,e’
= průsečík spojnice středů se snímky

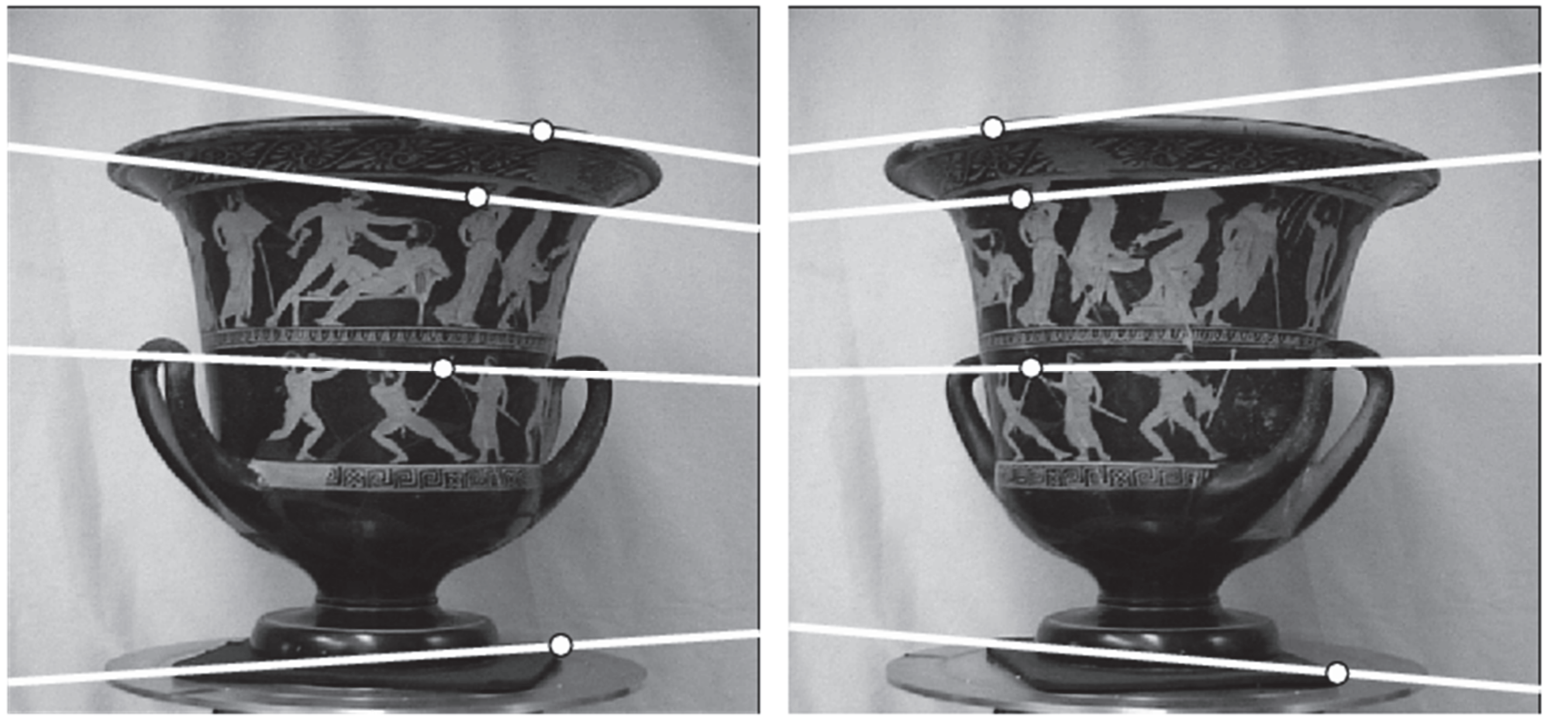


Epipolární roviny = roviny obsahující baseline (1-D family)

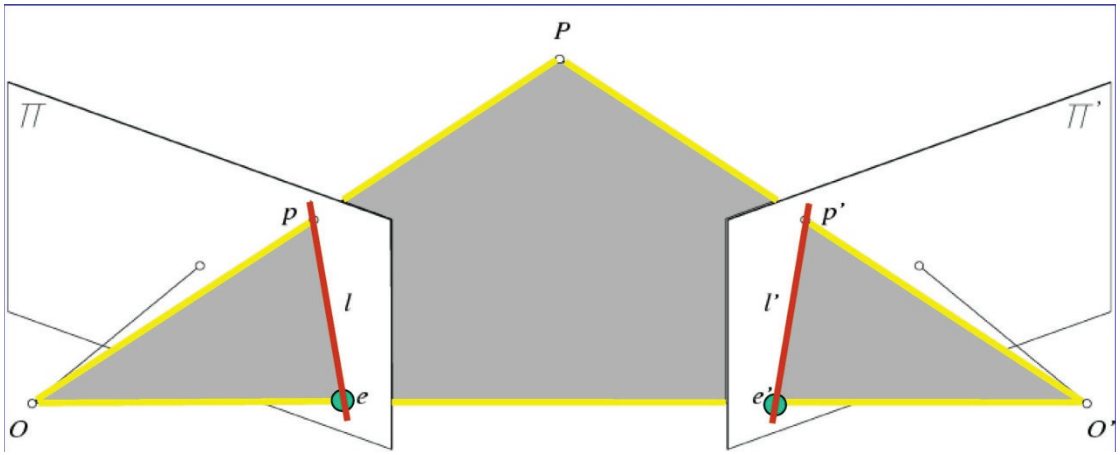
Epipolární přímky = průsečík epipolárních rovin se snímky
(odpovídající dvojice)

Příklad





Fundamentální matice



$$p'^T F p = 0$$

Dosazením bodu dostáváme epipolární přímky:

$l' = F p \quad l = F^T p'$

Epipóly jsou řešením homogenní soustavy:

každá epipolární přímka prochází epipólem a tedy $Fe = 0$ *a* $F^T e'$

Fundamentální matice

- F má hodnost 2
- Má 7 stupňů volnosti … 9 prvků, ale až na násobek a navíc det F = 0

Computing Fundamental Matrix from Point Correspondences

- The fundamental matrix is defined by the equation $\mathbf{x'}_\mathbf{i}^\mathbf{T}\,\mathbf{F}\,\mathbf{x}_\mathbf{i} = 0$ for any pair of corresponding points $\mathbf{x}_\mathbf{i}$ and $\mathbf{x'}_\mathbf{i}$ in the 2 images
- The equation for a pair of points $(x, y, 1)$ and $(x', y', 1)$ is: $x'x\,f_{11} + x'y\,f_{12} + x'\,f_{13} +$
  $+ y'x\,f_{21} + y'y\,f_{22} + y'\,f_{23} +$
- For n point matches: $+ x\,f_{31} + y\,f_{32} + f_{33} = 0$

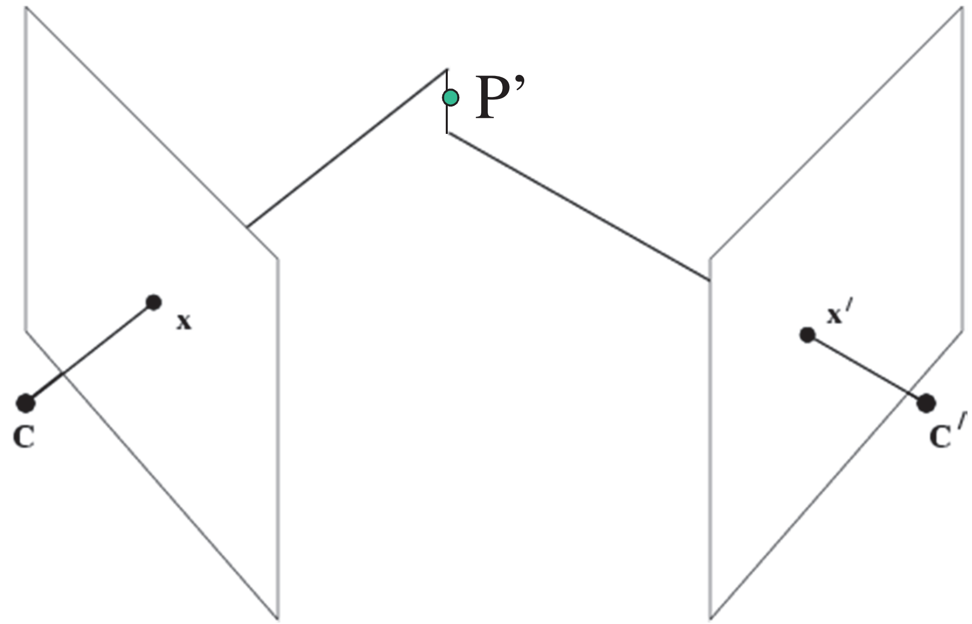
$$\mathbf{A}\,\mathbf{f} = \begin{bmatrix} x'_1 x_1 & x'_1 y_1 & x'_1 & y'_1 x_1 & y'_1 y_1 & y'_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_n x_n & x'_n y_n & x'_n & y'_n x_n & y'_n y_n & y'_n & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f} = 0$$

Vynucení singularity matice F

- musí platit det F=0, což ale kvůli nepřesnostem nevyjde
- provede se oprava pomocí SVD: v matici Σ se nejmenší singulární hodnota nahradí 0

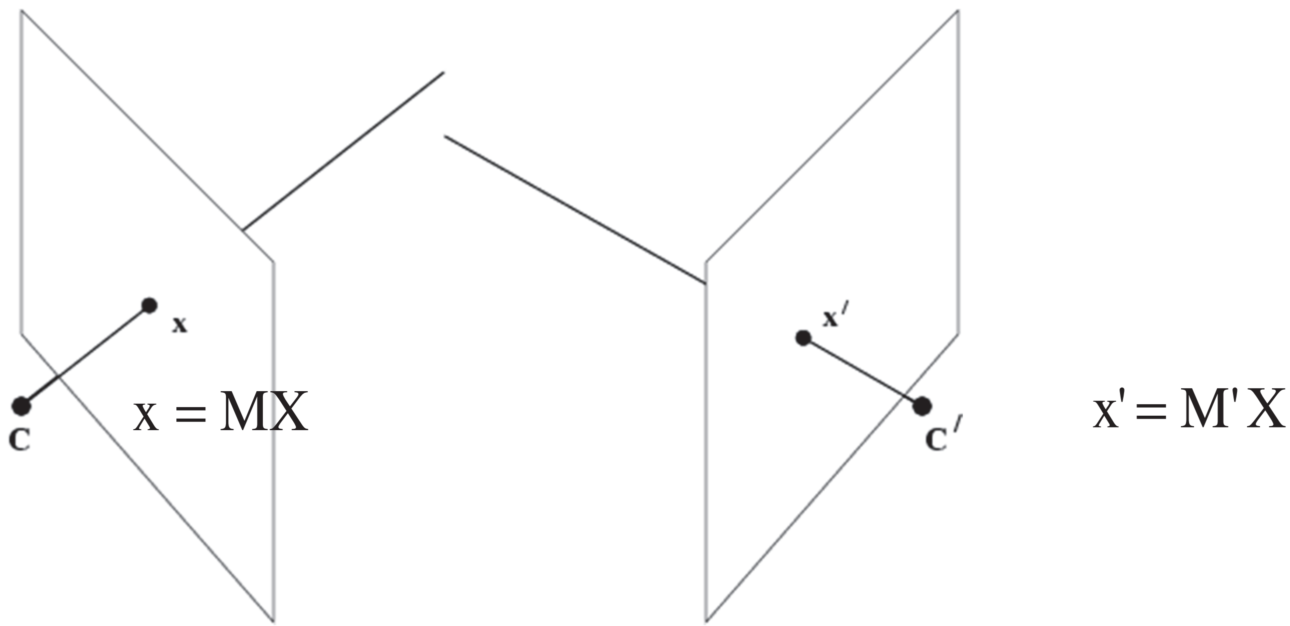
$$F = U \Sigma V^T$$

Rekonstrukce pomocí triangulace



Když známe projekční matice, můžeme protnout projekční paprsky … ale jen přibližně, kvůli nepřesnostem

Ale dělá se to obráceně: minimalizovat chybu na obrázku



Lineární triangulace – minimalizace chyby na snímcích

$$\mathrm{x} = \mathrm{MX} \quad \mathrm{x}' = \mathrm{M}'\mathrm{X}$$

$$\mathrm{x} \times \mathrm{MX} = 0$$

$$\mathrm{x}' \times \mathrm{M}'\mathrm{X}' = 0$$

$$\mathrm{AX} = 0$$

Lineární kombinace

$$x\left(\mathrm{m}_3{}^{\mathrm{T}}\mathrm{X}\right) - \left(\mathrm{m}_1{}^{\mathrm{T}}\mathrm{X}\right) = 0$$

$$y\left(\mathrm{m}_3{}^{\mathrm{T}}\mathrm{X}\right) - \left(\mathrm{m}_2{}^{\mathrm{T}}\mathrm{X}\right) = 0$$

$$x\left(\mathrm{m}_2{}^{\mathrm{T}}\mathrm{X}\right) - y\left(\mathrm{m}_1{}^{\mathrm{T}}\mathrm{X}\right) = 0$$

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} x\mathrm{m}_3{}^{\mathrm{T}} - \mathrm{m}_1{}^{\mathrm{T}} \\ y\mathrm{m}_3{}^{\mathrm{T}} - \mathrm{m}_2{}^{\mathrm{T}} \\ x'\mathrm{m}_3{}'^{\mathrm{T}} - \mathrm{m}_1{}'^{\mathrm{T}} \\ y'\mathrm{m}'_3{}^{\mathrm{T}} - \mathrm{m}'_2{}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$

$\mathrm{AX} = 0$ Homogenní systém:

Opět řešíme pomocí SVD

K čemu se hodí fundamentální matice F?

- Máme-li dostatek odpovídajících si bodů $\mathbf{x_i}$ and $\mathbf{x_i}'$, pak můžeme spočítat jednoznačně **F**.
- Projekční matice **M**, **M’** mohou být vypočteny z **F** (trochu složitější teorie matic, používá se opět SVD)
- Nejsou nalezeny jednoznačně, až na projektivní transformaci prostoru, tj. existuje matice 4x4 taková, že

$$X_{2,i} = HX_{1,i,} \quad M_2 = M_1 H^{-1} \quad M'_2 = M'_1 H^{-1}$$

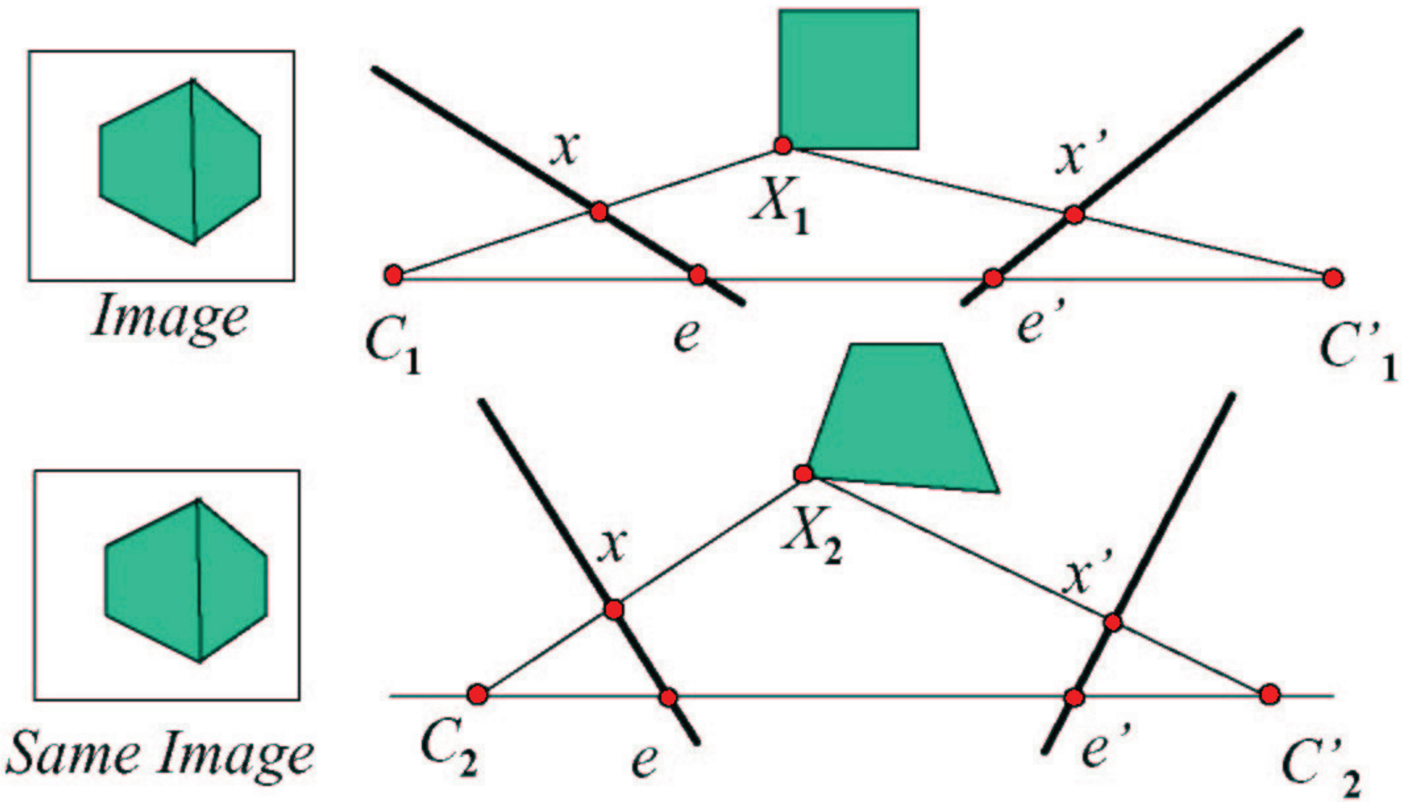
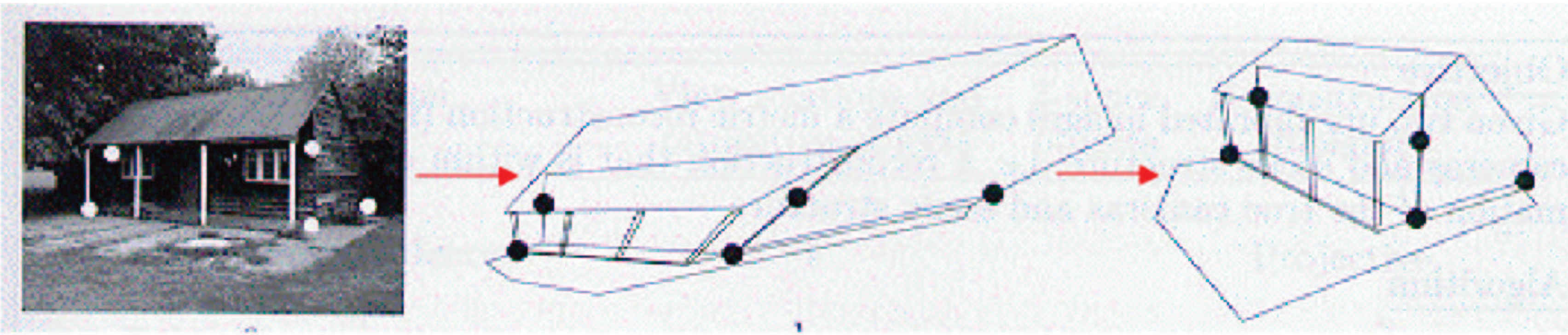


Image
Same Image
x
X1
x'
C1
e
e'
C'1
x
X2
x'
C2
e
e'
C'2

Metrická rekostrukce

- Vypočti homografii H tak aby $X_{Ei}=HX_i$ pro alespoň 5 bodů X_{Ei} se známou Eukleidovskou polohou
- Metrická rekonstrukce pak je

$$M_{\mathrm{M}} = MH^{-1} \quad M'_{\mathrm{M}} = M'H^{-1} \quad X_{M,i} = HX_i$$



Shrnutí: jaké projektivní transformace se hodí

použití	zobrazení	matice
panoramatické lepení snímků	z R_2 do R_2	3x3
spojování snímků roviny (např. podlahy)	z R_2 do R_2	3x3
výpočet projekční matice kamery (kalibrace)	z R_3 do R_2	3x4
korespondence mezi snímky (fundamentální matice)	Bilineární	3x3
metrická rektifikace	z R_3 do R_3	4x4