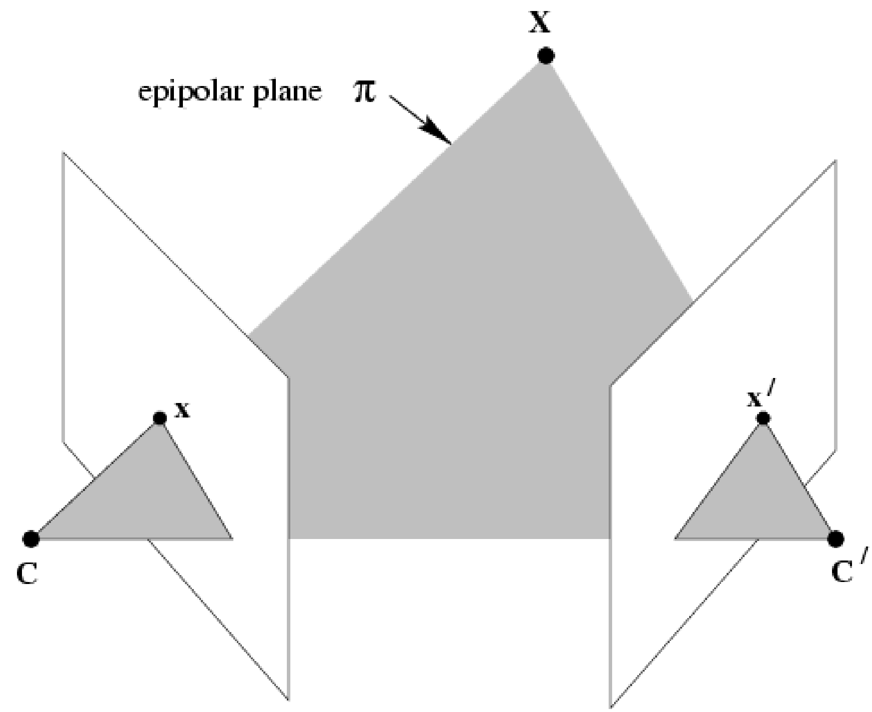
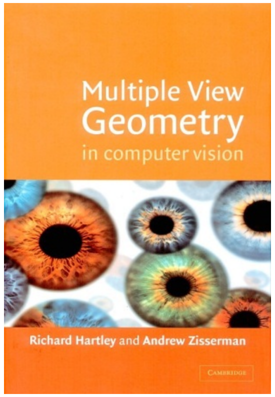
Vícesnímková geometrie



Materiály

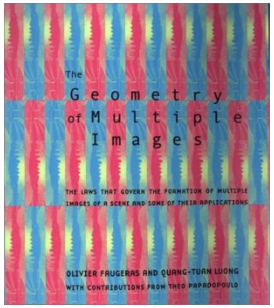
Kniha:

Multiple View Geometry in Computer Vision
by Richard Hartley and Andrew Zisserman
Cambridge University Press



Kniha:

The Geometry from Multiple Images
by Olivier Faugeras and Quan-Tuan Luong
MIT Press

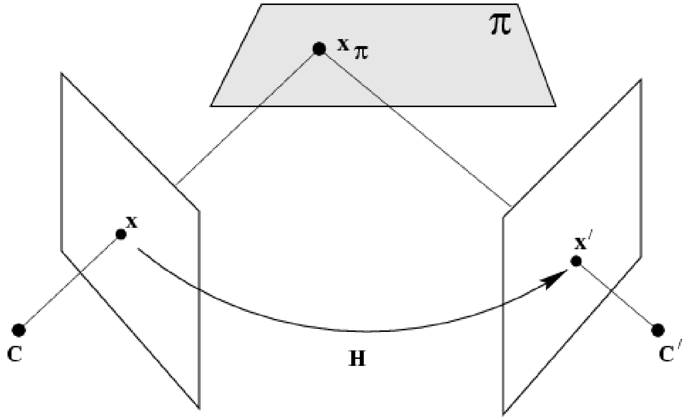


On-line:

http://www.cs.unc.edu/~marc/tutorial.pdf

http://www.cs.unc.edu/~marc/tutorial/

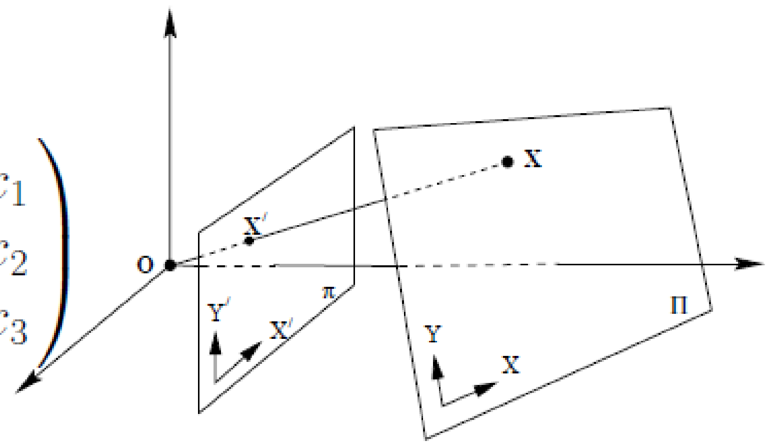
Korespondence mezi dvěma fotografiemi



- Obecně se jedná o složitou nelineární transformaci
- Pouze dva případy vedou na projektivní transformaci: společný střed projekce, nebo rovinný objekt

V tomto kontextu se projektivní zobrazení nazývá homografie

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$



or $\mathbf{x}' = \mathtt{H}\mathbf{x}$, where $\mathtt{H}$ is a 3×3 non-singular homogeneous matrix.

Je zvykem za homogenizující souřadnici brát tu poslední (x_3=1)

Výpočet matice homografie

Na obou snímcích máme dány odpovídající body $[x, y] \leftrightarrow [x', y']$ a hledáme matici H tak, aby $H(x, y, 1)^T = k\,(x', y', 1)^T$.
Ekvivalentně lineární závislost vyjádříme vektorovým součinem

$$H\,(x, y, 1)^T \times (x', y', 1)^T = 0.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & x & y & 1 & -xy' & -yy' & -y' \\ -x & -y & -1 & 0 & 0 & 0 & xx' & x'y & x' \\ xy' & yy' & y' & -xx' & -x'y & -x' & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathrm{h11} \\ \mathrm{h12} \\ \mathrm{h13} \\ \mathrm{h21} \\ \mathrm{h22} \\ \mathrm{h23} \\ \mathrm{h31} \\ \mathrm{h32} \\ \mathrm{h33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Třetí rovnice je lineární kombinací prvních dvou.

Výpočet matice homografie

Na obou snímcích máme dány odpovídající body

$$[x_i\ ,\ y_i] \leftrightarrow [x_i',\ y_i']$$

a hledáme matici H tak, aby

$$\mathrm{H}\ (x_i\ ,\ y_i\ ,\ 1)^{\mathrm{T}} = k_i\ (x_i',\ y_i',\ 1)^{\mathrm{T}}.$$

Za každý bod tedy dvě rovnice.

$$\begin{bmatrix} -x_1 & -y_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & x_1'x_1 & x_1'y_1 & x_1' \\ 0 & 0 & 0 & -x_1 & -y_1 & -1 & y_1'x_1 & y_1'y_1 & y_1' \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -x_n & -y_n & -1 & 0 & 0 & 0 & x_n'x_n & x_n'y_n & x_n' \\ 0 & 0 & 0 & -x_n & -y_n & -1 & y_n'x_n & y_n'y_n & y_n' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h11 \\ h12 \\ h13 \\ h21 \\ h22 \\ h23 \\ h31 \\ h32 \\ h33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Řeší se přesně nebo přibližně pomocí SVD

Singular Value Decomposition

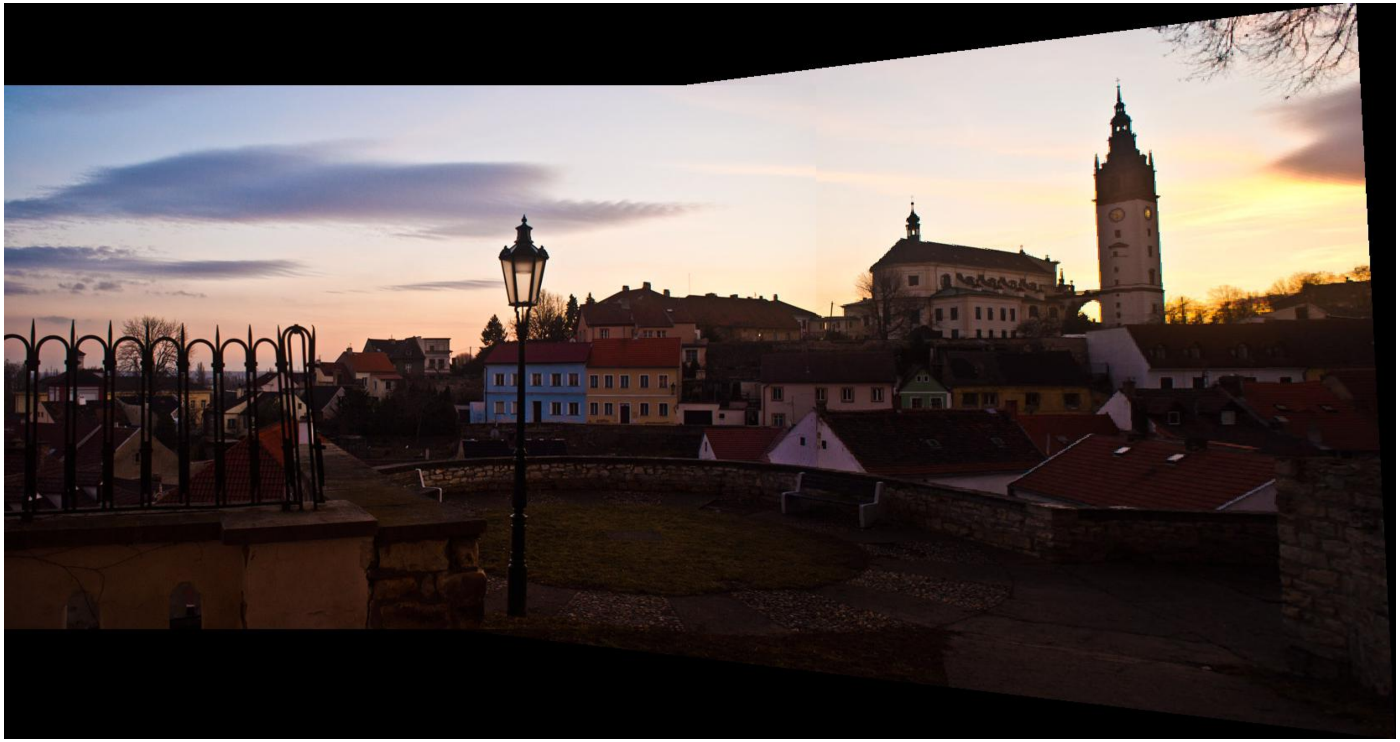
A = (orthonormální) (diagonalní) (orthonormální)

$$A = U \Sigma V^T$$

$$\begin{bmatrix} x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ & U & \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \mathrm{O} & \\ & & \sigma_r \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ & V^T & \\ \\ \end{bmatrix}$$

Sloupec V odpovídající nejmenšímu singulárnímu číslu je řešením rovnice $AX = 0$

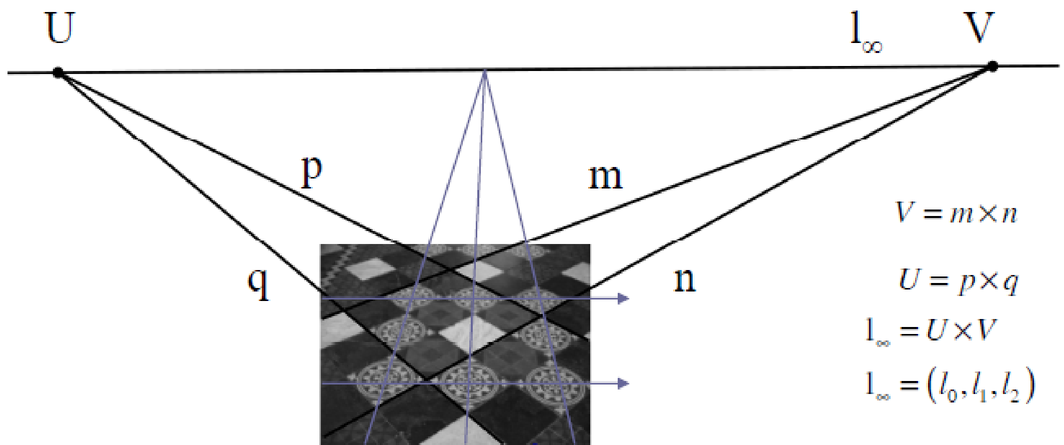




Nalezení matice Homografie

- Řada numerických problémů, proto je nutná normalizace snímků: Těžiště nalezených bodů má souřadnice [0,0] a jejich střední rozptyl je Sqrt[2].
- Algoritmus lze vylepšovat přidáním korespondence přímek, případně kuželoseček.
- Lze přidat iterativní optimalizace (Golden Standard).

Afinní rektifikace

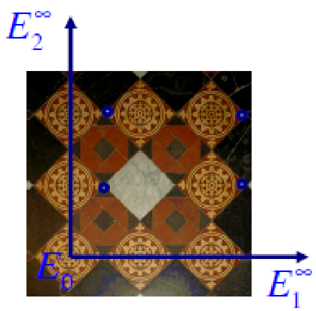


$$V = m \times n$$

$$U = p \times q$$

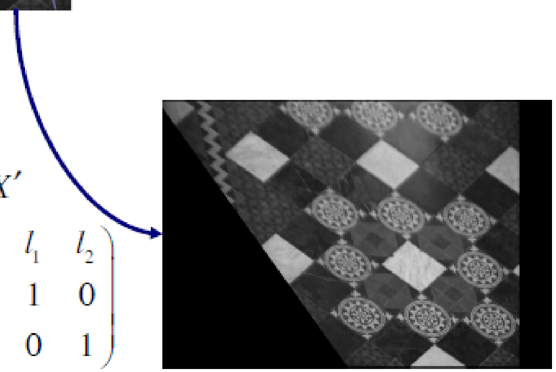
$$l_\infty = U \times V$$

$$l_\infty = (l_0, l_1, l_2)$$



$$X'' = H'_P X'$$

$$H'_P = \begin{pmatrix} l_0 & l_1 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Snadno projektivně zobrazíme snímek tak, aby byl afinně, nebo i Eukleidovsky “správně”.

3D rekostrukce

- Z několika snímků zrekonstruovat 3D model. Musíme něco vědět o objektu, nebo o přesné poloze fotoaparátů.