Στοιχεῖα α΄–ς΄

Ὅροι α΄

α΄. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.
β΄. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.
γ΄. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.
δ΄. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.
ε΄. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.
ς΄. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.
ζ΄. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.
η΄. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

---

30 Řecký termín σημεῖον s významem *značka*, systematicky užívaný počínaje Autolykem a Eukleidem, nahradil starší termín στιγμή, znamenající *stopa po bodnutí* a odpovídající latinskému *punctum* i českému *bod*. Vidíme tedy, že došlo k posunu od konkrétnějšího termínu k abstraktnějšímu. Aristotelés ještě užívá obou těchto termínů souběžně.

31 Tato první definice je negativní a těžko tomu může být u tohoto základního pojmu jinak. Lze proti ní namítat, že není dostatečně vymezující, protože aritmetická jednotka (viz def. VII,1) nebo časový okamžik rovněž nemají části. Je si ale třeba uvědomit, že Eukleidés již pracuje v kontextu určité disciplíny (geometrie) a bod je zde vskutku jedinou geometrickou entitou, která nemá část. Jsou doloženy i jiné pokusy definovat bod. Pythagorejská definice bodu jako jednotky, která má polohu (srv. Proklos, *In Eucl.* 95,21–22), je kritizovatelná, protože jednotka patří do aritmetiky, avšak bod do geometrie (body se nesčítají). Podle Aristotela je bod to, co je naprosto nedělitelné, ale má polohu, zatímco kvantita je dělitelná (srv. *Met.* 1016b24–26).

32 Proklos podává alternativní definici čáry jako „toku bodu" (ῥύσις σημείου). Bod svým pohybem tvoří čáru a čára svým pohybem tvoří plochu. Proklos rovněž poznamenává, že máme pojem čáry, když se ptáme na délku nějaké cesty, neboť přitom odhlížíme od šířky, srv. Proklos, *In Eucl.* 97,7–17.

33 Zdá se, že v def. I,1 Eukleidés reflektuje Aristotelovu kritiku týkající se definice bodu jako meze čáry. Podle Aristotela (*Top.* 141b 3–9) bod logicky

Ukázky ze *Základů* I–VI: Planimetrie

Definice knihy I

1. *Bod*[30] je to, co nemá žádnou část.[31]
2. *Čára* je délka bez šířky.[32]
3. *Hranice čáry* jsou body.[33]
4. *Přímá čára* je ta, která je vůči bodům na ní ležícím umístěna stejně.[34]
5. *Plocha* je to, co má pouze délku a šířku.
6. *Hranice plochy* jsou čáry.
7. *Rovinná plocha* je ta, která je vůči přímým na ní ležícím umístěna stejně.[35]
8. *Rovinný úhel* je vzájemný sklon dvou čar, které se navzájem stýkají v rovině a které neleží v jedné přímé.

---

předchází čáru, a proto má být definován dříve. Přesto však Eukleidés musí uvést do vztahu základní matematické objekty – bod, čáru, plochu a těleso. Činí tak v definicích I,3, I,6 a XI,2 (viz). Aristotelés rovněž na několika místech opakuje, že čára není složena z bodů, stejně jako čas není složen z okamžiků, a že na čáře neexistují sousední body, srv. Aristotelés, *Phys.* 215b19; 231b6–19.

34 Tato definice, která nebyla příliš srozumitelná ani antickým komentátorům, zřejmě poukazuje na stejnorodost a symetrii přímé čáry. Proklos interpretuje tuto definici v tom smyslu, že přímá čára v sobě obsahuje stejnou délku jako její krajní body – odkazuje tedy na to, že přímá čára je nejkratší spojnicí bodů. Při tomto pojetí by však bylo třeba definovat vzdálenost bodů nezávisle na pojmu přímosti. Některé další dochované definice se odvolávají na fyzikální představy, a nejsou tedy matematické v pravém slova smyslu. Platón např. zmiňuje definici „přímé je to, čeho střed je v zákrytu s oběma kraji" (*Parm.* 137e3–4), která vnáší do geometrie optiku. Proklos uvádí další definice přímé čáry, např jako „čáry zcela napnuté", která vnáší do geometrie mechaniku, Proklos, *In Eucl.* 110,18–23.

35 Definice 5–7 přesně odpovídají definicím pro čáru. Prvních sedm definic tvoří sourodou skupinu vymezující primitivní objekty. Pomocí těchto pojmů se budou dále vymezovat pojmy ostatní. Tyto definice neobsahují vlastnosti, se kterými by bylo možno přímo matematicky pracovat, a žádné tvrzení se na ně explicitně neodvolává.

θʹ. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

ιʹ. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν.

ιαʹ. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.

ιβʹ. Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ιγʹ. Ὅρος ἐστίν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

ιδʹ. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

ιεʹ. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἣ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ιϛʹ. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

ιζʹ. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ιηʹ. Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

ιθʹ. Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

κʹ. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

---

[36] Pro Eukleida tedy existují i úhly mezi křivkami, které se neredukují na úhly mezi tečnami, jak bude patrné z věty III,16. Pojem úhlu je jedním z nejkomplikovanějších pojmů elementární geometrie, viz str. 52 n.

[37] Pravý úhel je základem veškerého měření úhlů a v *Základech* je velikost úhlu vždy vyjádřena v násobcích úhlu pravého. Ten se definuje, jak vidíme, jako jeden ze shodných úhlů při vhodném přiložení přímých jedné na druhou a dále je vypracován postulátem 4. Vidíme tedy, že na rozdíl od délek čar máme u velikostí úhlů přirozenou jednotku.

9. Když jsou čáry svírající úhel přímé, nazývá se tento *úhel přímočarý*.[36]
10. Když přímá, která je postavena na přímou, vytváří navzájem stejně velké sousední úhly, je každý z těchto stejně velkých úhlů *pravý* a postavená přímá se nazývá *kolmá* na tu, na kterou byla postavena.
11. *Tupý* úhel je ten, který je větší než pravý.
12. *Ostrý* úhel je ten, který je menší než pravý.[37]
13. *Mez* je to, co je hranicí něčeho.[38]
14. *Útvar* je to, co je sevřeno nějakou mezí nebo nějakými mezemi.[39]
15. *Kruh* je rovinný útvar sevřený jednou čarou (nazývanou *kružnice*),[40] a to tak, že všechny přímé, které jsou k ní vedeny z jednoho z bodů ležících uvnitř útvaru, se navzájem rovnají.
16. Uvedený bod se nazývá *střed kruhu*.
17. *Průměr kruhu* je nějaká přímá vedená středem a ukončená na obou stranách kružnicí; průměr rovněž dělí kruh napůl.
18. *Půlkruh* je útvar sevřený průměrem a obloukem, který průměr vytíná. Střed půlkruhu je týž jako střed kruhu.
19. *Přímočaré útvary* jsou sevřené přímými; *trojstranné útvary* jsou sevřené třemi přímými, *čtyřstranné* čtyřmi a *mnohostranné* více než čtyřmi.
20. Mezi trojstrannými útvary je *rovnostranný trojúhelník*, útvar, který má tři strany stejné, *rovnoramenný* ten, který má jen dvě strany stejné, *nepravidelný* ten, který má tři nestejné strany.

---

[38] *Mez* (ὅρος) je zde definována pomocí *hranice* (πέρας), ačkoli kupříkladu u Aristotela jsou oba termíny používány jako synonyma.

[39] Právě mez je tedy to, co určuje útvar. V dalších definicích jsou rozlišeny jeho různé druhy: kruh omezený jedinou čarou, půlkruh omezený dvěma čarami a dále přímočaré útvary omezené třemi, čtyřmi a více přímými čarami.

[40] V řeckém textu se užívá téhož slova (περιφέρεια) k označení kružnice (doslova *obvodu kruhu*) i její části, tedy kruhového oblouku.

καʹ. Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

κβʹ. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.

κγʹ. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Αἰτήματα

αʹ. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

βʹ. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γʹ. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

---

[41] Povšimněme si, že čtyřstranné útvary jsou rozděleny do pěti druhů – čtverec, obdélník, kosočtverec, kosodélník a různoběžník –, které jsou navzájem disjunktní. Tedy např. čtverec není zároveň obdélníkem a podobně. Poslední obecný čtyřúhelník, který v překladu označujeme termínem *různoběžník*, má řecký název τραπέζιον, doslova „stoleček".

[42] Tato definice nevymezuje žádný objekt, ale vztah mezi objekty (dvěma přímými čarami). Řecký obrat (εἰς ἄπειρον) překládáme *do nekonečna*, ale jedná se o nekonečno potencionální, a nikoli aktuální (viz větu IX,20). Tomuto obratu je tedy třeba rozumět spíše ve smyslu prodloužení bez omezení, tedy libovolně velkého prodloužení. O chápání nekonečna v řecké matematice pojednává P. Vopěnka, *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci*, Praha 2000, str. 275–312. Proklos (*In Eucl.* 176,6–10) uvádí Poseidóniovi připisovanou definici rovnoběžek pomocí konstantní vzdálenosti: „přímé, které se v jedné rovině ani nesbíhají ani nerozbíhají, ale všechny kolmice vedené z bodů jedné z nich na druhou jsou stejné."

21. Dále, mezi trojstrannými útvary je *pravoúhlý trojúhelník* ten, který má pravý úhel, *tupoúhlý* ten, který má tupý úhel, a *ostroúhlý* ten, který má tři ostré úhly.
22. Mezi čtyřstrannými útvary je *čtverec* ten, který je rovnostranný a pravoúhlý, *obdélník* ten, který je sice pravoúhlý, ale není rovnostranný, *kosočtverec* ten, který je sice rovnostranný, ale není pravoúhlý, *kosodélník* ten, který má sice jak protilehlé strany, tak protilehlé úhly navzájem stejné, avšak není ani rovnostranný ani pravoúhlý. Jiné čtyřstranné útvary než tyto nechť se nazývají *různoběžníky*.[41]
23. *Rovnoběžné* jsou ty přímé, které se nacházejí v téže rovině, a jestliže jsou prodlouženy do nekonečna na obě strany, na žádné z nich se neprotnou.[42]

Postuláty

1. Nechť se požaduje vést přímou čáru z každého bodu do každého bodu.[43]
2. A omezenou přímou čáru souvisle prodloužit přímým směrem.[44]
3. A pro každý střed a každý rozestup narýsovat kruh.[45]

---

[43] Jednoznačnost přímé čáry není explicitně vyjádřena, ale Proklos má za to, že je míněna implicitně. K významu postulátů a následujících obecných principů viz str. 32 n.

[44] Tak jako v prvním postulátu je jednoznačnost protažení postulována implicitně. Proklos se zmiňuje o tom, že tento postulát nebyl přijímán všemi. Možnost prodloužení libovolné úsečky se mohla zdát ve sporu s aristotelskou či stoickou představou omezeného vesmíru, neboť geometrie byla aplikována na kosmologii.

[45] Termín *rozestup* (διάστημα) Eukleidés užívá výhradně v tomto postulátu a v odkazech na něj, a to vždy v dativu. Na jiných místech je poloměr kruhu vyjádřen opisem *přímá ze středu* (ἐκ τοῦ κέντρου εὐθεῖα).

První tři postuláty ustavují tři základní konstrukce, které jsou jedinými konstrukcemi užitými v *Základech* až po IV. Knihu. Zároveň garantují existenci přímých čar a kruhů. Existence bodů není u Eukleida ničím zajištěna; za vhodných podmínek jsou body průsečíkem přímých čar a kružnic.

δʹ. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.
εʹ. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπʼ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφʼ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Κοιναὶ ἔννοιαι

αʹ. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.
βʹ. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.
γʹ. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.
[δʹ. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.
εʹ. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.
ϛʹ. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.]
ζʹ. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπʼ ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.
ηʹ. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον [ἐστιν].
θʹ. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

[46] Pravé úhly jsou z definice dva stejné úhly, které vzniknou vhodným přiložením jedné přímé na druhou. Jejich rovnost tedy není třeba postulovat. Postulát 4 ale postuluje rovnost všech pravých úhlů vzniklých přiložením dvou přímých v různých místech, a tedy vlastně vyjadřuje stejnorodost geometrického prostoru. Na rozdíl od prvních tří postulátů se tedy čtvrtý postulát netýká možnosti nějaké geometrické konstrukce. Poznamenejme rovněž, že toto vyjasnění týkající se pravých úhlů musí předcházet pátému postulátu, který pravé úhly užívá.

[47] Tento postulát je počátkem jedné z nejslavnějších kapitol historie matematiky, viz str. 37 n.

[48] Symbolicky: jestliže $A = X$ a $B = X$, pak i $A = B$. Jak již bylo řečeno v Úvodní studii, str. 35 n., „společné“ nebo „obecné“ pojmy či principy (κοιναὶ ἔννοιαι) se na rozdíl od ostatních Eukleidových principů nevztahují jen na geometrii, ale na všechny vědy. Vypracovávají pojem rovnosti (stejné velikosti).

[49] Symbolicky: jestliže $A = B$ a $X = Y$, pak i $A + X = B + Y$.

4. A aby si všechny pravé úhly byly navzájem rovny.[46]
5. A jestliže nějaké dvě přímé protne jiná přímá tak, že vytvoří na jedné straně vnitřní úhly menší než dva pravé, pak aby se tyto přímé, budou-li prodlouženy do nekonečna, setkaly na té straně, na které jsou úhly menší než dva pravé.[47]

Obecné principy

1. Co se rovná témuž, rovná se i navzájem.[48]
2. A jestliže se ke stejně velkým věcem přidají stejně velké věci, pak se celky rovnají.[49]
3. A jestliže se od stejně velkých věcí odeberou stejně velké věci, pak se zbytky rovnají.[50]
4. A jestliže se k nestejně velkým věcem přidají stejně velké věci, pak se celky nerovnají.
5. A dvojnásobky téhož se navzájem rovnají.
6. A poloviny téhož se navzájem rovnají.[51]
7. A co se navzájem překrývá, navzájem se rovná.[52]
8. A celek je větší než část.[53]
9. A dvě přímé čáry nesvírají plochu.[54]

[50] Symbolicky: jestliže $A = B$ a $X = Y$, pak i $A - X = B - Y$.

[51] Proklos uznává jen axiomy 1, 2, 3, 7 a 8, protože axiomy 4, 5 a 6 je z nich možné odvodit. Tyto obecné principy rovněž chybí u Martiana Capelly a u Boëthia.

[52] Tento axiom formuluje princip zákrytu či splývání (ἐφαρμόζειν), který Eukleidés užívá například v důkazu věty I,4 (viz).

[53] Tento poslední axiom souvisí podle Prokla s častým dovozením sporu v nepřímých důkazech, které končí „tedy menší je rovno většímu, což není možné“ – např. ve větě I,6.

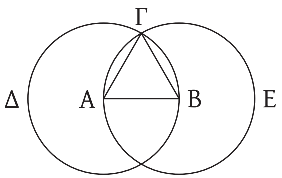
[54] Devátý obecný princip je nepochybně pozdějším dodatkem, který odpovídá poslední části důkazu věty I,4 (viz). Z jeho geometrického charakteru je patrná jeho rozdílnost od ostatních axiomů, které se týkají rovnosti (a nerovnosti).

α΄.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ. Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ᾽ ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.



Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ.

[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων

[55] Jedná se o doslovnou citaci obecného principu 1. Podobně Eukleidés přesným zněním odkazuje i na již dokázané věty. Tento zvyk nahrazují dnešní odkazy pomocí čísel vět a podobně.

[56] Dokud není rovnostranný trojúhelník zkonstruován, není jasné, zda nějaký existuje, a zda tedy definice I,10 není prázdná. Eukleidova potřeba objekty svého geometrického světa zkonstruovat a dokázat jejich vlastnosti

Věta I,1

Nad danou omezenou přímou sestrojit rovnostranný trojúhelník.

Budiž ΑΒ daná omezená přímá. Nad přímou ΑΒ se tedy má sestrojit rovnostranný trojúhelník.

Budiž narýsován kruh ΒΓΔ se středem Α a rozestupem ΑΒ (viz post. 3); budiž narýsován kruh ΑΓΕ se středem Β a rozestupem ΑΒ a nechť jsou z bodu Γ, v němž se kruhy navzájem protnou, vedeny přímé spojnice ΓΑ, ΓΒ do bodů Α, Β (viz post. 1).

A protože bod Α je střed kruhu ΓΔΒ, je ΑΓ rovna ΑΒ a opět, protože bod Β je střed kruhu ΓΑΕ, je ΒΓ rovna ΒΑ (viz def. I,15). Bylo však dokázáno, že i ΓΑ se rovná ΑΒ; takže ΓΑ i ΓΒ se rovnají ΑΒ. Co se však rovná témuž, rovná se i navzájem;[55] i ΓΑ se tedy rovná ΓΒ; takže tři přímé ΓΑ, ΑΒ a ΒΓ se navzájem rovnají.

Trojúhelník ΑΒΓ je tedy rovnostranný (viz def. I,20). A je sestrojen nad danou omezenou přímou ΑΒ.

Nad danou omezenou přímou je tedy sestrojen rovnostranný trojúhelník. A to se mělo udělat.[56]

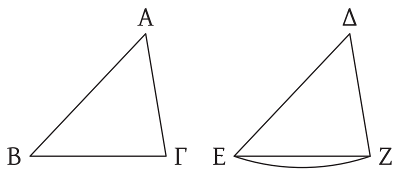
Věta I,4

Jestliže dva trojúhelníky budou mít dvě strany rovny dvěma stranám, jednu jedné a druhou druhé, a i oba úhly sevřené těmito stejně velkými přímými

je ještě patrnější v konstrukci čtverce ve větě I,46 (viz). Povšimněme si, jak Eukleidés bez zdůvodnění předpokládá, že se dvě kružnice (ve vhodné poloze) protnou, čímž implicitně předpokládá jakýsi princip spojitosti. A priori totiž není jasné, proč by společný bod Γ měl existovat. Později se arabští autoři snažili obhajovat tento princip pomocí úvah o spojitém pohybu bodu opisujícím kružnici.

εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν ΑΒ



τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην. λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει· ὥστε βάσις ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς

budou stejně velké, pak budou mít i základnu[57] *rovnou základně a trojúhelník se bude rovnat trojúhelníku a zbývající úhly proti stejně velkým stranám se budou rovnat zbývajícím úhlům, jeden jednomu a druhý druhému.*

Nechť jsou ΑΒΓ a ΔΕΖ dva trojúhelníky, které mají dvě strany ΑΒ a ΑΓ rovny dvěma stranám ΔΕ a ΔΖ, jednu jedné a druhou druhé – ΑΒ se tedy rovná ΔΕ a ΑΓ se rovná ΔΖ –, a které mají úhel ΒΑΓ roven úhlu ΕΔΖ. Tvrdím, že i základna ΒΓ se rovná základně ΕΖ, že trojúhelník ΑΒΓ se bude rovnat trojúhelníku ΔΕΖ[58] a že zbývající úhly proti stejně velkým stranám se budou rovnat zbývajícím úhlům, jeden jednomu a druhý druhému, úhel ΑΒΓ úhlu ΔΕΖ a úhel ΑΓΒ úhlu ΔΖΕ.

Když se trojúhelník ΑΒΓ překryje přes trojúhelník ΔΕΖ tak, že se bod Α umístí na bod Δ a přímá ΑΒ na přímou ΔΕ, bude i bod Β překrývat Ε, protože ΑΒ se rovná ΔΕ; když bude ΑΒ překrývat ΔΕ, bude i přímá ΑΓ překrývat ΔΖ, protože úhel ΒΑΓ je roven úhlu ΕΔΖ; a tak i bod Γ bude překrývat bod Ζ, protože strana ΑΓ se opět rovná straně ΔΖ. Avšak i bod Β překrývá bod Ε; a tak základna ΒΓ překrývá základnu ΕΖ. Jestliže by totiž základna ΒΓ nepřekrývala základnu ΕΖ, přestože Β by překrývala Ε a Γ překrývala Ζ, obě přímé by svíraly určitou plochu; to však není možné (viz princ. 9). Základna ΒΓ tedy bude překrývat ΕΖ a bude se jí rovnat (viz princ. 7); a tak celý trojúhelník ΑΒΓ bude překrývat celý trojúhelník ΔΕΖ a bude se mu rovnat (viz princ. 7) a zbývající úhly budou překrývat zbývající úhly a budou se jim rovnat (viz princ. 7), úhel ΑΒΓ úhlu ΔΕΖ a úhel ΑΓΒ úhlu ΔΖΕ.

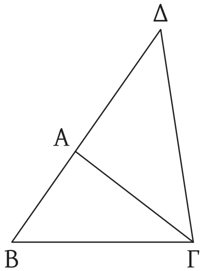
Jestliže tedy dva trojúhelníky budou mít dvě strany rovny dvěma stranám, jednu jedné a druhou druhé, a i oba úhly těmito stejně velkými přímými sevřené budou stejně velké, pak budou mít i základnu rovnou základně a trojúhelník se bude rovnat trojúhelníku a zbýva-

57 Podle Prokla se základnou (βάσις) rozumí buď třetí strana trojúhelníku, když jsou dvě strany označeny, nebo strana umístěná „před očima". Tento poslední význam vnáší do terminologie závislost na pozorovateli, Proklos, *In Eucl.* 236,11–12.

58 Tím se míní, že oba trojúhelníky budou mít stejný obsah, jak plyne z následujícího.

λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ΄.



Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ, αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΔΓ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστι μείζων. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ μείζονές εἰσιν, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[59] Tato věta, označovaná v současné školské matematice jako věta SUS, je základem Eukleidovy geometrie trojúhelníku. V moderní výstavbě geometrie je toto tvrzení přijímáno jako axiom. Eukleidův důkaz vyvolával řadu námitek, jejichž jádrem jsou dva problémy: co se míní oním „překrytím trojúhelníku přes trojúhelník" a v jakém smyslu je třeba chápat rovnost zmiňovaných prvků. Zavádí zde Eukleidés do geometrie jakýsi pohyb, přestože Platón i Aristotelés opakovaně zdůrazňují nehybnost geometrického světa? Nezdá se, že by tomu tak bylo, protože jinak se Eukleidés podobným argumentům vyhýbá. Oním „překrytím" je spíše nutno rozumět možnost vytvoření kopie trojúhelníku v libovolném místě prostoru. Tento implicitní předpoklad vlastně vypovídá (podobně jako postulát 4) o stejnorodosti prostoru. Při obhajování toho, že všechny tři body A, B, Γ budou překrývat body Δ, Z, E, se používá jakýsi opak

jící úhly proti stejně velkým stranám se budou rovnat zbývajícím úhlům, jeden jednomu a druhý druhému. A to se mělo dokázat.[59]

Věta I,20

V každém trojúhelníku jsou libovolné dvě strany dohromady větší než strana zbývající.

Mějme trojúhelník ΑΒΓ; tvrdím, že v trojúhelníku ΑΒΓ jsou libovolné dvě strany dohromady větší než strana zbývající; strany ΒΑ a ΑΓ jsou tedy větší než ΒΓ, strany ΑΒ a ΒΓ větší než ΑΓ a strany ΒΓ a ΓΑ než ΑΒ.

Budiž tedy strana ΒΑ prodloužena do bodu Δ (viz post. 2), mějme ΑΔ stejně velkou jako ΓΑ (I,3) a budiž vedena spojnice ΔΓ.

Protože se tedy ΔΑ rovná ΑΓ, je i úhel ΑΔΓ roven úhlu ΑΓΔ (I,5); takže úhel ΒΓΔ je větší než ΑΔΓ; a protože v trojúhelníku ΔΓΒ je úhel ΒΓΔ větší než úhel ΒΔΓ, pak protože se větší strana nachází proti většímu úhlu (I,19), ΔΒ je tudíž větší než ΒΓ. Avšak ΔΑ se rovná ΑΓ; takže ΒΑ a ΑΓ jsou větší než ΒΓ; a podobným způsobem dokážeme, že i strany ΑΒ a ΒΓ jsou větší než ΓΑ a strany ΒΓ a ΓΑ větší než ΑΒ.

V každém trojúhelníku jsou tedy libovolné dvě strany dohromady větší než strana zbývající. A to se mělo dokázat.[60]

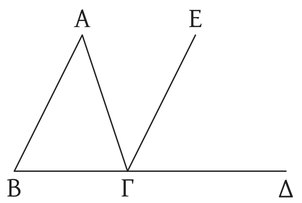
obecného principu 7, totiž že jestliže se dvě věci rovnají, je možno je překrýt přes sebe tak, že splývají. To, jak poznamenává Proklos, platí jen pro věci stejného druhu (ὁμοειδής), jako například pro dvě úsečky, oblouky téhož kruhu nebo přímkové úhly. Celý důkaz je pak zakončen užitím princ. 7. Je třeba rozlišovat, kdy se užívá termínu „rovnost" ve smyslu shodnosti, a kdy ve smyslu stejné velikosti, viz str. 53 n.

[60] V moderní matematice je toto tvrzení pod názvem „trojúhelníková nerovnost" obvykle součástí definice vzdálenosti. Proklos dokládá, že epikúrejci se této větě vysmívali, protože je podle nich zřejmá každému oslu, který půjde ke kupce sena přímo, a ne po dvou zbývajících stranách trojúhelníku. Epikúrejci považovali za znak ignorance dokazovat věci zjevné a předpokládat věci nejasné (Proklos, *In Eucl.* 322,1 nn.).

λβ΄.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.



Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ.

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ.

Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μγ΄.

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

[61] Rovnost střídavých úhlů je dokázána ve větě I,29.

Věta I,32

V každém trojúhelníku se vnější úhel, prodlouží-li se jedna ze stran trojúhelníku, rovná dvěma protilehlým vnitřním úhlům a tři úhly uvnitř trojúhelníku se rovnají dvěma pravým.

Mějme trojúhelník ΑΒΓ a budiž jedna z jeho stran ΒΓ protažena do Δ; tvrdím, že vnější úhel ΑΓΔ se rovná dvěma vnitřním protilehlým úhlům ΓΑΒ a ΑΒΓ a že tři úhly uvnitř trojúhelníku, totiž ΑΒΓ, ΒΓΑ a ΓΑΒ, se rovnají dvěma pravým.

Budiž bodem Γ vedena přímá ΓΕ rovnoběžná s přímou ΑΒ (I,31).

Protože je ΑΒ rovnoběžná s ΓΕ a protože je protíná ΑΓ, střídavé úhly ΒΑΓ a ΑΓΕ se navzájem rovnají.[61] A opět, protože je ΑΒ rovnoběžná s ΓΕ a protože je protíná přímá ΒΔ, je vnější úhel ΕΓΔ roven vnitřnímu a protilehlému ΑΒΓ (I,29). Bylo však dokázáno, že i úhel ΑΓΕ se rovná úhlu ΒΑΓ; takže celý úhel ΑΓΔ se rovná dvěma protilehlým vnitřním ΒΑΓ a ΑΒΓ (viz princ. 2).

Budiž k oběma přidán úhel ΑΓΒ;[62] takže úhly ΑΓΔ a ΑΓΒ jsou rovny třem úhlům ΑΒΓ, ΒΓΑ a ΓΑΒ. Úhly ΑΓΔ a ΑΓΒ se však rovnají dvěma pravým. Takže úhly ΑΓΒ, ΓΒΑ a ΓΑΒ se rovnají dvěma pravým (I,13).

V každém trojúhelníku se tedy vnější úhel, prodlouží-li se jedna ze stran trojúhelníku, rovná dvěma protilehlým vnitřním a tři úhly uvnitř trojúhelníku se rovnají dvěma pravým. A to se mělo dokázat.

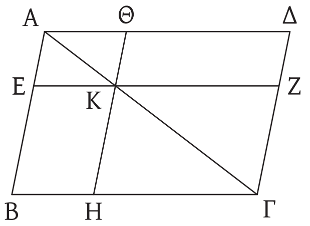
Věta I,43

V každém rovnoběžníku se doplňky k rovnoběžníkům obsahujícím úhlopříčku navzájem rovnají.

[62] Doslova „budiž přidán společný úhel ΑΓΒ“. U Eukleida se jedná o častý obrat, kterým se rozumí „budiž přidán k oběma stranám předchozí rovnosti“. Podle princ. 2 tak dostaneme novou rovnost.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ ΖΘ, ΖΗ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΒΚ, ΚΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ πα-



ραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ, τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ· ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματί ἐστιν ἴσον.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μδ΄.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ.

Συνεστάτω τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ᾽ εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΑΒ, καὶ διήχθω ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. καὶ ἐπεὶ εἰς

[63] V řeckém textu je nesprávně ΖΘ.

[64] První z problémů tzv. *přikládání ploch* (řecký technický termín παραβολή, v anglické literatuře překládán jako *application of areas*), viz str. 56.

Mějme rovnoběžník ΑΒΓΔ a budiž ΑΓ jeho úhlopříčka, nechť jsou ΕΘ[63] a ΖΗ rovnoběžníky obsahující ΑΓ a nechť jsou ΒΚ a ΚΔ takzvané doplňky; tvrdím, že doplněk ΒΚ se rovná doplňku ΚΔ.

Protože ΑΒΓΔ je rovnoběžník a ΑΓ jeho úhlopříčka, je trojúhelník ΑΒΓ roven trojúhelníku ΑΓΔ (I,34). A opět, protože ΕΘ je rovnoběžník a ΑΚ jeho úhlopříčka, je trojúhelník ΑΕΚ roven trojúhelníku ΑΘΚ. Z téhož důvodu se však i trojúhelník ΚΖΓ rovná trojúhelníku ΚΗΓ. Protože se tedy trojúhelník ΑΕΚ rovná trojúhelníku ΑΘΚ a trojúhelník ΚΖΓ trojúhelníku ΚΗΓ, je trojúhelník ΑΕΚ spolu s trojúhelníkem ΚΗΓ roven trojúhelníku ΑΘΚ spolu s trojúhelníkem ΚΖΓ; avšak i celý trojúhelník ΑΒΓ se rovná celému trojúhelníku ΑΔΓ; takže zbývající doplněk ΒΚ je roven zbývajícímu doplňku ΚΔ (viz princ. 3).

V každé rovnoběžníkové ploše se tedy doplňky k rovnoběžníkům obsahujícím úhlopříčku navzájem rovnají. A to se mělo dokázat.

Věta I,44

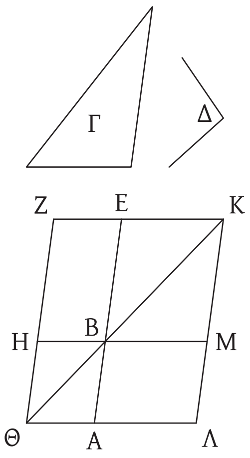
K dané přímé přiložit[64] *v daném přímočarém úhlu*[65] *rovnoběžník stejně velký jako daný trojúhelník.*

Budiž ΑΒ daná přímá, Γ daný trojúhelník a Δ daný přímočarý úhel; k dané přímé ΑΒ máme v úhlu rovném úhlu Δ přiložit rovnoběžník stejně velký jako daný trojúhelník Γ.

Budiž sestrojen rovnoběžník ΒΕΖΗ stejně velký jako trojúhelník Γ s úhlem ΕΒΗ, jenž se rovná Δ (I,42); a nechť je takový, že ΒΕ leží v přímé s ΑΒ. Budiž ΖΗ prodloužena do Θ, budiž bodem Α vedena ΑΘ rovnoběžná s ΒΗ i s ΕΖ (I,31) a budiž vedena spojnice ΘΒ. Protože přímá ΘΖ protíná rovnoběžné přímé ΑΘ a ΕΖ, jsou úhly

[65] Přímočarý úhel je úhel sevřený dvěma přímými čarami, viz def. I,9 s poznámkou.

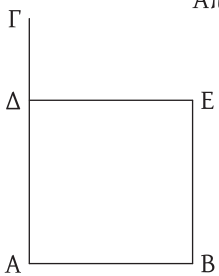
παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΖ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν· αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται.



ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ, περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ, ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μς΄.



Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἤχθω τῇ ΑΒ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΓ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ, διὰ δὲ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ. ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ, ΕΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ πα-

ΑΘΖ a ΘΖΕ dohromady rovny dvěma pravým (I,29). Takže ΒΘΗ a ΗΖΕ jsou dohromady menší než dva pravé; avšak přímé prodloužené do nekonečna z úhlů menších než dva pravé se setkají (viz post. 5); takže budou-li ΘΒ a ΖΕ prodlouženy, setkají se.

Nechť jsou tedy prodlouženy a nechť se setkají v Κ. Budiž bodem Κ vedena ΚΛ rovnoběžná s ΕΑ i se ΖΘ (I,31) a nechť jsou ΘΑ a ΗΒ prodlouženy do bodů Λ a Μ (viz post. 2). Takže vznikne rovnoběžník ΘΛΚΖ s úhlopříčkou ΘΚ, s rovnoběžníky ΑΗ a ΜΕ obsahujícími úhlopříčku ΘΚ a s takzvanými doplňky ΛΒ a ΒΖ; ΛΒ se tedy rovná ΒΖ (viz I,43). ΒΖ se však rovná trojúhelníku Γ; takže i ΛΒ se rovná Γ. A protože úhel ΗΒΕ se rovná úhlu ΑΒΜ, přičemž ΗΒΕ se rovná úhlu Δ, je tudíž i ΑΒΜ roven Δ (I,15).

K dané přímé ΑΒ je tedy přiložen v úhlu ΑΒΜ, který se rovná úhlu Δ, rovnoběžník ΛΒ stejně velký jako daný trojúhelník Γ. A to se mělo udělat.

Věta I,46

Nad danou přímou narýsovat čtverec.

Budiž ΑΒ daná přímá; nad přímou ΑΒ tedy máme narýsovat čtverec.

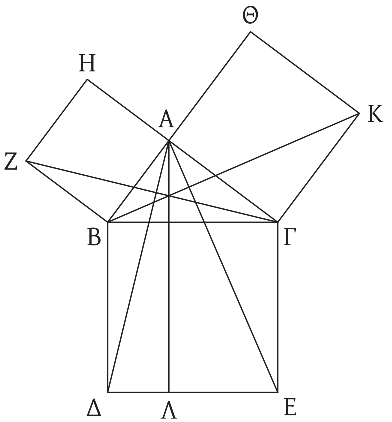
Budiž kolmo k přímé ΑΒ z bodu Α, který na ní leží, vedena ΑΓ (I,11) a nechť je ΑΔ stejně velká jako ΑΒ (I,2); budiž bodem Δ vedena ΔΕ rovnoběžná s ΑΒ a budiž bodem Β vedena ΒΕ rovnoběžná s ΑΔ (I,31). Takže vznikne rovnoběžník ΑΔΕΒ; ΑΒ se tedy rovná ΔΕ a ΑΔ je rovna ΒΕ (I,34). Avšak ΑΒ se rovná ΑΔ; takže čtyři přímé ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ a ΕΒ se navzájem rovnají; rovnoběžník ΑΔΕΒ je tedy rovnostranný. Tvrdím, ραλληλόγραμμον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΔΕ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΔΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΑΒΕ, ΒΕΔ γωνιῶν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγεγραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μζʹ.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις.



Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ, ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ τὰ ΗΒ, ΘΓ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΖΓ.

καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν, πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΒΑ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΗ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΑ τῇ ΑΘ ἐστιν ἐπ᾽ εὐθείας.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΑ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΑ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἐστιν ἴση.

že je i pravoúhlý. Neboť, protože přímá ΑΔ protíná rovnoběžné přímé ΑΒ a ΔΕ, jsou tedy úhly ΒΑΔ a ΑΔΕ rovny dvěma pravým (I,29). ΒΑΔ je však pravý; takže i ΑΔΕ je pravý. Avšak v rovnoběžníkových plochách se protilehlé strany a úhly navzájem rovnají (I,34); pravé jsou tedy i oba protilehlé úhly ΑΒΕ a ΒΕΔ; takže ΑΔΕΒ je pravoúhlý. A bylo dokázáno, že je i rovnostranný.

Je to tedy čtverec a je narýsován nad přímou ΑΒ. A to se mělo udělat.[66]

Věta I,47

V pravoúhlých trojúhelnících je čtverec nad stranou proti pravému úhlu roven čtvercům nad stranami svírajícími pravý úhel.

Mějme pravoúhlý trojúhelník ΑΒΓ s pravým úhlem ΒΑΓ; tvrdím, že čtverec nad ΒΓ je roven čtvercům nad ΒΑ a ΑΓ.

Budiž tedy nad ΒΓ narýsován čtverec ΒΔΕΓ a nad ΒΑ a ΑΓ čtverce ΗΒ a ΘΓ (viz I,46) a budiž bodem Α vedena ΑΛ rovnoběžná s ΒΔ i s ΓΕ (I,31); nechť jsou vedeny spojnice ΑΔ a ΖΓ (viz post. 1).

A protože oba úhly ΒΑΓ a ΒΑΗ jsou pravé, pak ve vztahu k nějaké přímé ΒΑ a bodu Α, jenž na ní leží, vytvoří dvě přímé ΑΓ a ΑΗ, které neleží na jedné straně, sousední úhly rovné dohromady dvěma pravým; takže ΓΑ a ΑΗ leží v jedné přímé.[67] A z téhož důvodu leží v jedné přímé i ΒΑ a ΑΘ.

A protože úhel ΔΒΓ se rovná úhlu ΖΒΑ – oba jsou totiž pravé (viz post. 4) –, budiž k oběma přidán úhel ΑΒΓ. Takže celý úhel ΔΒΑ se pak rovná celému ΖΒΓ (viz princ. 2).

[66] Připomeňme, že čtverec je definován (viz def. I,22) jako útvar mající všechny strany stejně dlouhé a všechny úhly pravé. V Eukleidově konstrukci je sestrojen rovnoběžník, pro který se uvedené vlastnosti musí dokázat.

[67] Tato toporná formulace je ve skutečnosti téměř doslovnou citací věty I,14, a tedy odkazem na ni. Podobně je tomu na mnoha dalších místech.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΒΑ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΑ δύο ταῖς ΖΒ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΖΓ [ἐστιν] ἴση, καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΒΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ [ἐστὶ] τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΒΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΒΔ, ΑΛ·

τοῦ δὲ ΖΒΓ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΗΒ τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΖΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΖΒ, ΗΓ. [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.] ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΒ τετραγώνῳ.

ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν ΑΕ, ΒΚ δειχθήσεται καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ΘΓ τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ τετράγωνον δυσὶ τοῖς ΗΒ, ΘΓ τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν, τὰ δὲ ΗΒ, ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ὅροι β´

α´. Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

[68] Jedná se o slavnou Pythagorovu větu. Není snadné dovodit, jakým způsobem byl tento její nejstarší dochovaný důkaz nalezen, ale sám o sobě je velmi srozumitelný. Ze shodnosti trojúhelníků ΑΒΔ a ΖΒΓ plyne rovnost obsahu čtverce ΗΒ a obdélníku ΒΛ, protože každý z nich je dvojnásobkem jednoho ze shodných trojúhelníků. Podobně i čtverec ΘΓ má stejný obsah jako obdélník ΓΛ.

A protože přímá ΔΒ je rovna přímé ΒΓ a přímá ΖΒ je rovna přímé ΒΑ, jsou dvě přímé ΔΒ a ΒΑ rovny dvěma přímým ΖΒ a ΒΓ, jedna jedné a druhá druhé; a úhel ΔΒΑ se rovná úhlu ΖΒΓ; takže i základna ΑΔ se rovná základně ΖΓ a trojúhelník ΑΒΔ je roven trojúhelníku ΖΒΓ (viz I,4); a rovnoběžník ΒΛ je dvojnásobkem trojúhelníku ΑΒΔ, neboť mají touž základnu ΒΔ a nacházejí se mezi týmiž rovnoběžnými přímými ΒΔ a ΑΛ (I,41).

Čtverec ΗΒ je však dvojnásobkem trojúhelníku ΖΒΓ, neboť mají opět touž základnu ΖΒ a nacházejí se mezi týmiž rovnoběžnými přímými ΖΒ a ΗΓ. A dvojnásobky téhož se navzájem rovnají (viz princ. 5), takže i rovnoběžník ΒΛ se rovná čtverci ΗΒ.

A podobně se dokáže, že když se povedou spojnice ΑΕ a ΒΚ, je i rovnoběžník ΓΛ roven čtverci ΘΓ; celý čtverec ΒΔΕΓ se tedy rovná dvěma čtvercům ΗΒ a ΘΓ. A čtverec ΒΔΕΓ byl narýsován nad ΒΓ, zatímco čtverce ΗΒ a ΘΓ byly narýsovány nad ΒΑ a ΑΓ. Takže čtverec nad stranou ΒΓ se rovná čtvercům nad stranami ΒΑ a ΑΓ.

V pravoúhlých trojúhelnících je tedy čtverec nad stranou proti pravému úhlu roven čtvercům nad stranami svírajícími pravý úhel. A to se mělo dokázat.[68]

Definice knihy II

1. O každém pravoúhlém rovnoběžníku se říká, že *je sevřen* dvěma přímými, které svírají pravý úhel.[69]

[69] Obě definice II. knihy mají charakter zavedení slovních konvencí, spíše než definování nových objektů. První definice umožňuje hovořit o obdélníku (a o velikosti jeho plochy) pouze odkazem na jeho dvě strany svírající pravý úhel. Tento obdélník přitom nemusí být zkonstruován viz např. znění věty II,5. Podobně běžně nalézáme obrat „čtverec nad“, aniž by byl příslušný čtverec zkonstruován. Například obrat užitý ve větě II,5: „obdélník sevřený ΑΔ a ΔΒ spolu se čtvercem nad ΓΔ je roven čtverci nad ΓΒ“ je tedy třeba chápat jako geometrickou obdobu metrického vztahu $ΑΔ \times ΔΒ + ΓΔ^2 = ΓΒ^2$.