

Řecké spisy o zápalných zrcadlech a teorie kuželoseček

Mgr. Zbyněk ŠÍR

Zrcadla odrážející sluneční paprsky a soustřeďující je tak, že dojde ke vznětu v určitém místě jsou tématem vzbuzujícím mnohostranný zájem. Zajisté nejpřitažlivější je otázka jejich praktického či dokonce vojenského využití. Ovšem i z teoretického hlediska je toto téma zajímavě spojeno s vývojem optiky i geometrie a to zvláště s teorií kuželoseček.

Praktické užití zápalných zrcadel

Legenda o Archimédovi

Zápalná zrcadla jsou snad nejvíce známa díky legendě, podle které jimi Archimédes zapálil na velkou vzdálenost nepřátelské koráby. Uveďme si nejprve úryvek z této legendy podle jejího nejstaršího dochování ze VI. st.nl. u Didyma.

„Archimédes však díky své moudrosti a znamenitosti již dlouho předem promýšlel jak odrazit útoky nepřítele i v případě, že by zaútočil na město od zálivu, což uniklo většině starších. Navíc se nespokojil jen s úvahami a za tímto účelem sestrojil mechanické nástroje a zdokonalil je, aby mohly zahnat nepřítele a způsobit mu škody.

Zvláště jedna věc se stala předmětem Archimédových úvah, totiž zrcadla zapalující na danou vzdálenost. I poručil jednomu ze svých žáků, aby vystoupil na městské hradby na straně k zálivu a postavil se čelem k nepřátelskému loďstvu. Ten pak díky Archimédově doporučení určil vzdálenost mezi svou polohou na hradbách a polohou velkého nepřátelského korábu. Učinil tak za pomoci astrolábu, či jiného nástroje umožňujícího určovat vzdálenosti. Poté se s těmito informacemi vrátil k Archimédovi.

Když Archimédes ověřil vzdálenost mezi hradbami a nepřátelskými koráby, poručil skupině odvážných dobrovolníků, aby se připravili a šli s ním na hradby na určené místo a v daný časový okamžik. Potom přinesl zápalná zrcadla. Vskutku, nejednalo se o jedno zrcadlo, ale o mnoho zrcadel působících vznět v závislosti na vzdálenosti, která je dělí od nepřátelských korábů. Každému muži svěřil jedno zrcadlo a ukázal jim jak s nimi zacházet v okamžiku kdy bude slunce v místě, ze kterého je možno paprsky odrazit ve směru nepřátelských korábů.

Když bylo toto vše vykonáno námořníci sotva měli čas ucítit, že se koráb vzněcuje a stává se obětí ohně jehož příčinu nepozorovali, neboť v blízkosti jejich korábů nebyl žádný voják ani nikdo jiný. Od té chvíle nepochybovali o tom, že se jedná o oheň seslaný z nebe a ve zmatku prchali. Zachránili se jen ti, jejichž koráb odražené paprsky nezasáhly. Ti pak, jimž se podařilo uprchnout se již nikdy nevrátili do onoho města, kvůli strašlivým věcem jichž se stali očitými svědky.

Archimédes se pak vrátil do města a jestliže byl do té doby ctěn, byl nyní adorován. Král mu nasadil svou korunu a poručil královské rodině, aby se mu podřídila. Tato událost byla oslavována básněmi, přísloví byla složena při této

příležitosti. A tato historie byla předávána z pokolení na pokolení až do naší doby.“¹

Je nutno zdůraznit, že v porovnání s nejstaršími zprávami o Archymédovi je tato legenda podstatně mladší a pochází zřejmě až z Byzantské doby. Archymédes byl nejen jedním z největších řeckých matematiků, ale i pozoruhodnou a fascinující osobností opřádanou mnoha historkami a legendami. Zvláště oblíbená a barvitě podávaná je Archymédova role při obraně Syrakus. Zprávu o ní nalézáme u poměrně starých autorů jako například u Polybia², Lyvia³ a Plutarcha.⁴ Podle těchto autorů byly Syrakusy napadeny a posléze dobyty kolem roku 214 p.n.l. římskými legiemi pod velením generála Marca Claudia Marcella. Při útoku vak narazily na znamenitého a nečekaného protivníka, totiž na Archimeda, který osobně dohlížel na používání svých válečných strojů. Kromě barvitého popisu nejrůznějších strojů a jejich účinku na decimované nepřátele nalézáme již v těchto pramenech známé vyličení Archimédovy smrti.⁵

Podle těchto pramenů se jednalo především o mocné balistické stroje schopné vrhat přes hradby těžké kamenné bloky na velkou vzdálenost i o zbraně menšího dosahu vrhající střely střelnými ve hradbách - rozhodně však o stroje mechanické. O zápalných zrcadlech zde není ani nejmenší zmínka - tu nalézáme poprvé až v VI. u byzantských autorů Didyma a Antemia z Tralles v jejich spisech o zápalných zrcadlech.

Starší zmínky o užití zápalných zrcadel

Je třeba konstatovat, že událost zapálení nepřátelských korábů je z fyzikálního hlediska nemožná. Čím je totiž větší vzdálenost od místa, které chceme zapálit, tím musí být plocha zrcadel větší. I kdybychom připustili, že zrcadla byla dokonale vybroušena, je nemožné, aby jejich plocha byla dostatečně velká k zapálení korábu na vzdálenost několika stovek metrů.

Naproti tomu je za pomoci zrcadel možno zapálit předmět dostatečně blízký. Tak podle Diocla byla tato zrcadla užívána k zapalování obětních ohňů v chrámech. Pozoruhodné je rovněž u Diocla doložené užití zápalných zrcadel jako slunečních hodin. Během dne se mění poloha slunce na obloze a tedy i směr ze kterého přicházejí paprsky. Podle toho se také mění místo do kterého jsou paprsky soustředěny zrcadlem, které samo zůstává nehybné.⁶

Porphyrus ve schopnosti sestavit zápalná zrcadla vidí jednu ze známek připodobnění se lidské duši božskému:

¹ Přeloženo z francouzštiny podle Rashed R., *Les catoptriciens grecs I, Les miroirs ardents*, Paris – Belles Lettres, 2000, str. 337-339

² Polybios z Megapolis, nar. kolem 204 p.n.l. je nejstarším autorem, který se o obléhání Syrakus zmiňuje. Srovnej Polybe, *Histoires* VIII, 5-7, edice a překlad R. Weil, Paříž 1982

³ Titus Livius (cca 59 p.n.l. – 17 n.l.) se o Archimédovi zmiňuje ve své historii Říma: Titus Livius, *Ab urbe condita*, Oxford University Press 1914

⁴ Plutarchos (40 n.l. – 125 n.l.)

, *Vita Marcelli* XV-XVII in *Plutarch's Lives* with an English Translation by Bernadotte Perrin, Harvard University Press 1914-16

⁵ V detailech se prameny rozcházejí, ale podle všech byl po dobytí Syrakus Archimédes přez Marcellův explicitní rozkaz zabit římským vojákem. Podle jedné z verzí chtěl voják odvést Archiméda k Marcellovi, ale ten s ním odmítal jít dokud nevyřeší problém, do kterého byl právě zabrán. To vojáka rozzuřilo a zabil jej. Podle další verze dokonce Archimédes žádal, aby jej voják zabil až po vyřešení problému. Ve starých pramenech však nenalézáme ona tradovaná slova „Noli turbare circulos meos“, která jsou pozdním přídavkem. Rovněž nesprávná je představa Archimeda speciální tabulku pokrytou jemným prachem. Podrobnou biografickou informaci lze nalézt v knize E.J. Dijksterhuis, *Archimedes*, Princeton University Press 1987.

⁶ Je ovšem i teoreticky nemožné, aby byly paprsky v každý okamžik dokonale soustředěny do jednoho bodu. V tomto případě jsou soustředěny jen do určité malé oblasti, která se s polohou slunce mění a tak je možno určovat čas.

„Člověk sice je stvořením které si plní žaludek, stvořením které se honí za svým nasycením jako dobytek. Nicméně je i stvořením schopným díky svému vědění zachránit koráb na moři uprostřed nebezpečí, uzdravit sebe sama z nemoci, stvořením které odhaluje pravdu, stvořením které se metodicky propracovalo k poznání a učinilo objev zápalných zrcadel ...“⁷

I přes absenci archeologických nálezů tedy můžeme konstatovat, že zápalná zrcadla byla v antice užívána, zřejmě spíše výjimečně, k zapalování ohňů na malou vzdálenost.

Vliv Archimédovské legendy

Přes svoji historickou a fyzikální nepodloženost právě legenda o Archimédovi dodala problematice zápalných zrcadel největšího lesku a rozšíření. Fascinující možnost vojenského užití a autorita velkého geometra společně podnítily velký zájem o studium zápalných zrcadel. Tuto legendu později nacházíme u byzantských historiků jako například u Zonara a Joana Tzetse. V arabském prostředí jsou zápalná zrcadla často zmiňována jako účinná zbraň, povědomí o nich patřilo k všeobecnému vzdělání a vzbudila zájem panovníků i matematiků o výzkum v této oblasti. Tento výzkum pak přerostl v systematická optická studia např. u al-Kindiho (cca 801-873) a později u Ibn Sahl vedl k prvnímu studiu zápalných čoček a tedy k tématice dioptrické. U Ibn al-Haythama (Alhazena 965-1040) se pak zápalná zrcadla stala součástí optického pojednání, které významně ovlivnilo evropskou optiku.

Legenda o moci zápalných zrcadel žila i v latinském prostředí. Tak například u Rogera Bacona nalézáme následující pasáž:

„Jedná se o vrchol, jehož může moc geometrie dosáhnout, neboť toto zrcadlo by divoce spálilo vše nač by bylo zaměřeno. Máme všechny důvody se domnívat, že Antichrist použije těchto zrcadel aby spálil města, tábory a armády.“⁸

Později pak měla legenda vliv na optická a geometrická bádání v renesanční a novověké Evropě. Je tak velmi pozoruhodným příkladem toho, jak historicky nepochybně nepravdivý příběh může mít pozitivní vliv na rozvoj exaktních věd.

Teoretické studium zápalných zrcadel

Dochované řecké spisy o zápalných zrcadlech

Z hlediska historie matematiky a optiky je důležitější než praktické užití zápalných zrcadel jejich teoretické studium. Mezi dochovanými řeckými spisy pojednávajícími o tomto tématu je nejstarší a nejbohatší Dioclova práce *O zápalných zrcadlech*, sepsaná na přelomu 2. a 3. st. pnl.⁹ Tento spis je bohužel ztracen v řeckém originále a dochoval se jen v arabském překladu.¹⁰ Dva poměrně dlouhé řecké zlomky tohoto díla citovaného u Eutocia pod názvem $\rho\mu\lambda\alpha\theta\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\iota\varsigma$ $\sigma\tau\epsilon\iota\varsigma\ \tau\epsilon\tau\tau\alpha\gamma\omega\gamma\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\iota\varsigma$ potvrzují věrohodnost arabského překladu.¹¹

⁷ Fr. 254F in *Porphyrii Philosophi Fragmenta*, ed. A. Smith, Stuttgart-Leipzig, 1993

⁸ Robert Bacon, *Opus Majus*, Frankfurt-Main, 1964, vol. I, pp. 134-135

⁹ Celý spis dochován pouze v arabštině, edice a překlad in: Rashed R., *Les catoptriciens grecs I, Les miroirs ardents*, Paris – Belles Lettres, 2000, p. 98-141

¹⁰ Obecně je možno říci, že řecké matematické spisy ztracené v originále a dochované v arabštině patří k matematicky nejnáročnějším. Je tomu tak v případě knih V-VII Apolloniiových *Kuželoseček*, či jen v arabštině dochovaných knih Diophantovy *Aritmetiky*. Vskutku není nejmenších pochyb, že v IX. – XI. století arabská matematika přesahovala matematické bádání ostatních kultur.

¹¹ Eutocius, *Commentaire au traité De la Sphère et du Cylindre*, in *Archimède - Œuvres*. Ed. et trad. franç. Ch. Mugler, 4 vol. Collection des Universités de France, Paris, Belles-Lettres, 1970-74

V předmluvě ke své knize Diocles hovoří o svých předchůdcích a současnících, kteří se touto problematikou zabývali. Zmiňuje tak Dosisthées, současníka Konona z Alexandrie a jistého astronoma Hippodama z Arcadie, kteří studovali parabolické zrcadlo.¹² Dále pak bylo podle Dioclova tvrzení studováno zrcadlo polosférické, přičemž se někteří autoři mylně domnívali, že toto zrcadlo soustřeďuje paprsky do jediného bodu.¹³ Sám Diocles ve svém spise studuje velice přesně obě tato zrcadla. Dokazuje hlavní odrazivou vlastnost paraboly a poté nejen rotační paraboloid získaný rotací paraboly okolo své osy, ale i jiné rotační paraboloidy, kdy parabola je rotována okolo kolmice na svou osu, či okolo rovnoběžky s osou. Diocles tak podává nejen řešení problému nalézt tvar zrcadla, které soustřeďuje paprsky do jednoho bodu, ale i řešení problému nalézt tvar zrcadla, které soustřeďuje paprsky na kružnici. Pro sférické zrcadlo ukazuje, do které části osy zrcadla se soustřeďují odražené paprsky.¹⁴

Kromě zápalných zrcadel se Diocles ve své knize zabývá dalšími dvěma problémy. Prvním z nich je slavný problém rozdělit kouli rovinou na dvě části, jejichž objem je v dané poměru, který byl formulován a ne zcela vyřešen v Archimédově spise *O sféře a válci* (věta II.4). Druhým je zdvojení krychle, k jejímuž řešení Diocles zavádí slavnou křivku kisoidu.

Další spis o zápalných zrcadlech byl sepsán kolem počátku letopočtu a je tradičně označován jako Dtr^oms.¹⁵ Jedná se o arabské zkomolení jakéhosi řeckého jména. Tento spis výborné matematické kvality měl tři části. První dvě byly věnovány teorii kuželoseček, zřejmě v předapolloniiovském duchu. Tyto části však byly později nahrazeny větami z Apollonia. Původní je tak jen část třetí, která pojednává o parabolickém a sférickém zápalném zrcadle. Pro parabolu je podobně jako u Diocla ukázána základní optická vlastnost paraboly a dále Dtr^oms podává velmi zajímavou konstrukci bodů paraboly pouze za pomoci pravítka. Poslední dvě věty tohoto pojednání jsou věnovány sférickému zrcadlu.

Další dochované spisy o zápalných zrcadlech pocházejí až z prostředí byzantského a oproti oběma starším spisům je v nich patrná jistá změna. Objevuje se Archimédovská legenda a v jejím kontextu je položen důraz na řešení konkrétního problému. Tím klesá matematická hloubka a preciznost podávané studie. Ze VI. st. nl. se dochovalo pojednání Anthemia z Trales,¹⁶ známého především jako stavitele nového chrámu v Konstantinopoli. Velice zajímavé je, že Anthemius studuje nejen parabolické, ale i eliptické zrcadlo. Řeší totiž nejen problém soustředit rovnoběžné paprsky do jediného bodu, jehož řešením je rotační paraboloid, ale i problém soustředit paprsky vycházející z jednoho bodu do jiného bodu, jehož řešením je rotační elipsoid. Ve skutečnosti však Anthemius explicitně podává jen řešení pomocí lomené čáry. Vždy pro konečný počet paprsků je sestaven příslušný počet na sebe navazujících úsečků, které tyto paprsky odrážejí do jednoho bodu. Je přitom patrné, že Anthemius si je vědom možnosti libovolně zvýšit počet paprsků a tak dostat lomenou čáru

¹² Zmíníme na tomto místě, že Archimédovi byl později rovněž připisován spis o zápalných zrcadlech. Diocles se však o takové Archimédově práci nezmiňuje a to i přesto, že v jiné souvislosti hovoří o Archimédovi jméno a o jeho spise *O sféře a válci*. Nejstarší zmínku, která Archimédovi přisuzuje pojednání o zápalných zrcadlech nalézáme v Apuleově *Apologiích*, ale i ta není sama o sobě příliš přesvědčivá. Zdá se navíc, že Apuleus hledal záštitu v Archimédově autoritě, když vyvracel před prokonzulem Afriky obvinění z magie. Vskutku bylo třeba ukázat, že na zápalných zrcadlech není nic magického, ale že spadají do oboru exaktní vědy, jejímž byl Archimedes eminentním představitelem.

¹³ Stopy tohoto nesprávného tvrzení nalézáme v Pseudoeukleidovské Catoptrice - *Euclidis Opera omnia*, ed. I. L. Heiberg & H. Menge, Leipzig, in aed. B. G. Teubner, vol. VII.

¹⁴ Sférickým zrcadlem se nebudeme v našem příspěvku dále zabývat. Stručnou historii studia tohoto zrcadla lze nalézt v knize R. Rashed, *L'optique et la Catoptrique d'al-Kindi*, str. 117-125

¹⁵ Dtr^oms, *Knihy o zápalných zrcadlech a pojednání o kuželosečkách*, spis dochován pouze v arabštině, edice a překlad in: Rashed R., *Les catoptriciens grecs I, Les miroirs ardents*, Paris – Belles Lettres, 2000, str. 180-213.

¹⁶ Anthemius, *O zápalných zrcadlech*, úryvky dochovány v řečtině in J.L. Heiberg, *Mathematici Graeci Minores*, Copenhagen 1972, celý spis v arabštině, edice a překlad in: Rashed R., *Les catoptriciens grecs I, Les miroirs ardents*, Paris – Belles Lettres, 2000, str. 286-316

složenou z většího počtu kratších úsečků. Navíc je jeho konstrukce taková, že všechny tyto lomené čáry jsou tečné k jedné kuželosečce, která je v důsledku jejich limitou.

Poslední dochovanou prací o zápalných zrcadlech je Didymův spis, *O konstrukci zrcadla, kterým Archimédes zapálil nepřátelské koráby*,¹⁷ ze kterého jsem citovali legendu o Archimédovi. Jedná se o velice krátký spis, sepsaný zřejmě v byzantském prostředí v VI. st. nl. Matematicky je podstatně primitivnější než všechny předešlé práce. Didymus navrhuje zrcadlo získané rotací lomené čáry, ale na rozdíl od Anthemia tato čára není tečná k parabole a Didymus vůbec kuželosečky nezmiňuje.

Kromě zmíněných prací se dochoval ještě krátký fragment označovaný jako *Fragmentum mathematicum Bobiense*.¹⁸ O dataci tohoto fragmentu se vedou spory ale nejnovější výzkumy jej datují do VI. století a dávají jej do vztahu k práci Anthemiově.¹⁹

Z tohoto stručného přehledu dochovaných spisů je patrné, že reprezentují poměrně autonomní vědeckou tradici. Její počátky sahají přinejmenším do 3. st. pnl. a je dobře patrná její souvislost se studiem kuželoseček. Tato souvislost je zvláště zjevná ve spise Dtr^oms, kde studium zápalných zrcadel přímo navazuje na pojednání o kuželosečkách.

Studium ohniskové vlastnosti paraboly

Při studiu parabolického zrcadla hraje klíčovou roli, podle které se všechny paprsky rovnoběžné s osou paraboly odrazí do jejího ohniska. Ukážeme si jak tuto vlastnost dokazují někteří z výše zmíněných autorů. Velice zajímavý je ovšem fakt, že tuto vlastnost je třeba zvlášť dokazovat. Dalo by se očekávat, že podobně jako některé jiné základní vlastnosti kuželoseček bude součástí obecných znalostí, na které je možno se bez důkazu odvolat. Je tomu tak proto, že ohniska a jejich vlastnosti jsou v klasickém pořadí studia kuželoseček téměř vynechány.

Počátek studia kuželoseček se ztrácí v čase, ale bývá spojován s Menechmem (pol. IV. st. pnl.), který podle Eutocia užil kuželosečky k řešení problému zdvojení krychle. Na počátku III. st. pnl. existovala nejméně dvě systematická pojednání o kuželosečkách sepsaná Euklidem a Aristarchem.²⁰ Tyto spisy jsou však ztraceny, neboť byly překonány prací *Kuželosečky* autora Apollonia z Pergy, dílem považovaným za standard ve svém oboru po další dvě tisíciletí.²¹

V této klasické teorii jsou studovány v prostoru řezy kužele (u Apollonia i nerotační). Přitom se snaží co možná nejrychleji dopracovat charakteristické vlastnosti²² příslušné kuželosečky a dále pracovat co nejvíce v rovině. Pro parabolu je charakteristickou vlastností rovnost čtverce nad ordinálou a obdélníku jehož jedna strana je pevná²³ a druhá je tvořena příslušným úsekem na ose paraboly. V situaci prvního obrázku se tedy pro libovolný bod I jedná o rovnost $CI^2 = HB \times BC$, kde HB je stejné pro všechny body I kuželosečky.

¹⁷ Spis dochován pouze v arabštině, edice a překlad in: Rashed R., *Les catoptriciens grecs I, Les miroirs ardents*, Paris – Belles Lettres, 2000, str.336-342

¹⁸ Editováno v J.L. Heiberg, *Mathematici Graeci Minores*, Copenhagen 1972

¹⁹ Viz. Rashed R., *Les catoptriciens grecs I, Les miroirs ardents*, Paris – Belles Lettres, 2000, str. 264.

²⁰ Zájemcům o historii řecké matematiky můžeme doporučit knihu T L Heath, *A History of Greek Mathematics* Oxford, 1921.

²¹ Toto dílo mělo původně osm knih. Z nich se první čtyři dochovali v originále a byly kriticky vydány v Apollonii Pergaei quae graece exstant, cum commentariis antiquis; tr. Heiberg, J.L., Teubner 1891. Další čtyři knihy jsou ztraceny v řečtině ale tři z nich jsou dochovány v arabském překladu – viz. *Conics, books V to VII : the Arabic translation of the lost Greek original in the version of the Banu Musa*, ed. Toomer, G.J., 1990.

²² Jedná se o vlastnost, která v rovině charakterizuje příslušnou kuželosečku. Apollonius v předmluvě k první knize *Kuželoseček* hovoří o této vlastnosti jako o $\diamond \nabla \square \blacklozenge \circ \odot \infty \curvearrowright$

²³ Tato úsečka byla v novověku nazvána *parametr* paraboly.

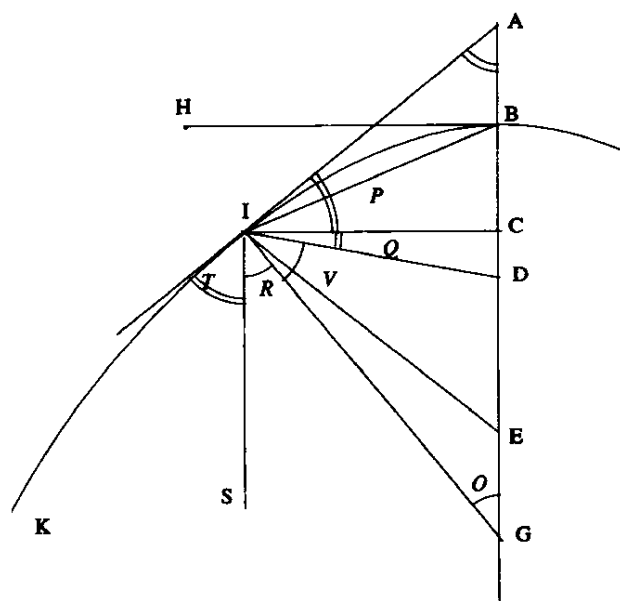
Vycházejí z této vlastnosti jsou dále dokazovány nejrůznější vlastnosti kuželoseček, jako vlastnosti jejich tečen, jejich vzájemné průsečíky, vlastnosti normál, podobnosti kuželoseček atd. O ohnisku paraboly se však u Apollonia nehovoří vůbec o ohniscích elipsy a hyperboly jen okrajově.²⁴

Ohniska získávají velký význam právě až v kontextu optických vlastností. Teorie zápalných nástrojů tak velice zajímavým způsobem doplňuje klasické studium kuželoseček. Poznamenejme ještě, že ona královská cesta studia kuželoseček, která vychází z prostorové situace kužele zůstala po dlouhou dobu jedinou možností jak tyto křivky definovat. Teprve v XVII století se matematici odvažují obrátit postup a definovat kuželosečky pomocí jejich ohniskových vlastností.²⁵

Věnujme nyní naši pozornost tomu, jak je ohnisková vlastnost paraboly studována ve třech z dochovaných spisů o zápalných zrcadlech.²⁶

Diocles

V první větě svého spisu Diocles uvažuje parabolu KIB s parametrem BH , který si pro jednoduchost označíme p . Na ose BG je vymezen bod D jehož vzdálenost od vrcholu B je $BD = \frac{1}{4}p$ a další pomocný bod E , jehož vzdálenost od vrcholu je $BE = \frac{1}{2}p = 2BD$. Cílem je ukázat, že libovolný paprsek rovnoběžný s osou, jako například SI , se odrazí do bodu D . Je velice zajímavé, že při svém důkazu Diocles neuvádí výše zmíněné charakteristické vlastnosti paraboly, ale bez důkazu se opírá o dvě jiné vlastnosti. Jestliže AI je tečna a IO normála k parabole v bodě dopadu paprsku I , potom je z klasické teorie známo, že



- vrchol paraboly B pólí pod-tečnu, tedy úsečku AC ²⁷
- pod-normála je rovna polovině parametru, tedy $CG = \frac{1}{2}p$ je konstantní²⁸

²⁴ V řecké matice dokonce neexistoval pro ohniska žádný termín a tyto body byly vždy opisovány. První pro kuželosečky užil termínu *focus* – *ohnisko* až Johannes Kepler (1571-1630) ve svém spise *Ad Vitellionem paralipomena, quibus Astronomiae pars optica traditur* (1604).

²⁵ Prvním dílem, které opravdu systematicky definuje a studuje kuželosečky na základě ohnisek a v případě paraboly rovněž na základě řídicí přímky je zřejmě až práce La Hire, Ph. de, *Nouveaux éléments des sections coniques*, Paris 1679.

²⁶ Přestože všichni autoři popisují všechny vlastnosti a důkazy slovně, budeme pro jednoduchost v našem následujícím výkladu užívat algebraického zápisu. Původní matematický postup se snažíme maximálně zachovat.

²⁷ Toto je přímo dokázáno u Apollonia - *Kuželosečky* věta I.35.

²⁸ Tato vlastnost je přímým důsledkem vět V.13 a V.27 Apolloniových *Kuželoseček*.

$EH^2 = AH \times p = 4AH \times AB$. Ale zároveň podle vlastnosti pod-tečny je $\Delta H = 2\Delta A$ a tedy i $EH = 4AZ$. Umocněním dostáváme $EH^2 = 4AZ^2$, což nám spolu s předchozím vztahem dává $AZ^2 = AH \times AB = A\Delta \times AB$. V trojúhelníku ΔZB tedy platí Euklidova věta o výšce a proto je tento trojúhelník pravoúhlý s pravým úhlem. Protože Z je středem úsečky ΔE tedy trojúhelník ΔBE je rovnoramenný, což je postačující pro odraz paprsku rovnoběžného s osou do bodu B .

Vidíme tedy, že přes určitou podobnost jsou tři prezentované důkazy odlišné. Zřejmě právě to, že tato vlastnost nepatřila ke klasické teorii kuželoseček způsobilo, že se nevytvořil jeden standardní postup důkazu. Společně předpokládaná vlastnost o kterou se opírají všechny důkazy je vlastnost pod-tečny, která byla nepochybně dobře známa již před Apolloniem. Povšimněme si ještě, že v důkazech není žádné zmínky o řídící přímce.

Závěr

Řecké spisy o zápalných zrcadlech jsou velmi pozoruhodným příkladem menší vědecké tradice. Svým zajímavým předmětem leží na pomezí mezi čistou geometrií a aplikovanou optikou. Mezi nejstaršími antickými spisy a spisy byzantskými dochází ke změně přístupu. Ve své starší podobě toto téma náleží především do geometrie a to i přesto, že zápalná zrcadla byla zřejmě i prakticky používána. V pozdějším období je naopak položen důraz na konkrétní problém prezentovaný ve formě legendy o Archimédovi, který za pomoci zrcadel zapálil nepřátelské vojsko. Daná tematika se tak stává stále více součástí optiky. Tento vývoj dále pokračuje v prostředí arabském a jeho prostřednictvím tak teorie zápalných zrcadel ovlivňuje i novodobou optiku.

Ve své poloze geometrické je teorie zápalných zrcadel spojena se studiem kuželoseček. Svým důrazem na ohniskové vlastnosti doplňuje klasické studium kuželoseček jako řezů kužele. Viděli jsem, že tato tradice je i vnitřně bohatá a v různých spisech například nalézáme různé důkazy základní ohniskové vlastnosti paraboly.