

Domácí úkol č. 9 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2015–2016

(9.1) Nechť A je matice typu $p \times q$ nad tělesem \mathbf{T} . Dokažte, že hodnost matice A je rovná jedné právě tehdy, když existují nenulové aritmetické vektory $\mathbf{x} \in T^p$ a $\mathbf{y} \in T^q$ takové, že $A = \mathbf{xy}^T$.

(9.2) Nechť \mathbf{V} je lineární prostor všech matic typu 2×3 nad tělesem \mathbb{Z}_{47} (s běžnými operacemi). Jaká může být dimenze průniku podprostorů X , Y prostoru \mathbf{V} , pokud zároveň platí

- X obsahuje čtyřprvkovou lineárně nezávislou posloupnost a
- Y nemá žádnou tříprvkovou množinu generátorů.

Poznámka: Je třeba určit všechny možnosti, které mohou nastat, a odpověď dokázat.

Bonusový problém:

Vyjádřete hodnost matice AB pomocí dimenzí některých z následujících podprostorů nebo jejich průniků: sloupcové prostory matic A , B , A^T , B^T , jádra matic A , B , A^T , B^T .