Domácí úkol č. 4 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2015–2016

(4.1) Najděte reálnou čtvercovou matici A řádu 3 takovou, že $A \neq I_3$ a $A^{197} = I_3$.

(4.2) Najděte všechny matice A typu 2×3 nad tělesem $\mathbb{Z}_7$ takové, že pro příslušné zobrazení f_A platí zároveň následující dvě podmínky.

$$\{\mathbf{x} \in \mathbb{Z}_7^3 : f_A(\mathbf{x}) = \mathbf{o}\} = \{t(3,2,5)^T : t \in \mathbb{Z}_7\}$$
$$\{f_A(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in \mathbb{Z}_7^3\} = \{t(1,3)^T : t \in \mathbb{Z}_7\}$$

(4.3) Najděte reálnou čtvercovou matici A řádu 3 takovou, aby příslušné zobrazení f_A bylo kolmou projekcí na rovinu popsanou rovnicí $x - 2y + 3z = 0$.

Poznámka: Využijte následující poznatek bez důkazu: dva vektory $(a,b,c)^T$, $(d,e,f)^T$ jsou kolmé právě tehdy, když $ad + be + cf = 0$.

Bonusový problém: Najděte matici odpovídající projekci na rovinu $ax + by + cz = 0$ podél přímky se směrovým vektorem $(d,e,f)^T$.