

Domácí úkol č. 2 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2015–2016

Datum odevzdání 28.10.2015 14:00

(2.1) Dokažte, že následující množiny tvoří spolu s běžnými operacemi tělesa.

(i) $\{a + b\sqrt{7} : a, b \in \mathbb{Q}\}$

(ii) $\{a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4} : a, b, c \in \mathbb{Q}\}$

Proč je v druhé množině člen $c\sqrt[3]{4}$? (Odpověď na tuto otázku není potřeba formálně dokazovat.)

(2.2) Těleso $\mathbf{T}$, kde $T = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, je definováno tabulkami operací.

+	α	β	γ	δ
α	γ	δ	α	β
β	δ	γ	β	α
γ	α	β	γ	δ
δ	β	α	δ	γ

$\cdot$	α	β	γ	δ
α	δ	α	γ	β
β	α	β	γ	δ
γ	γ	γ	γ	γ
δ	β	δ	γ	α

Vyřešte nad tímto tělesem následující soustavu rovnic a určete počet řešení.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \alpha & \beta & \beta & \delta & \beta & \alpha \\ \delta & \delta & \beta & \gamma & \delta & \beta \\ \alpha & \gamma & \delta & \beta & \delta & \alpha \end{array} \right)$$

Poznámka: To, že $\mathbf{T}$ je opravdu těleso, ověřovat nemusíte. Je dobré začít nalezením neutrálních prvků vzhledem ke sčítání a násobení. Doporučujeme si je označit 0,1 (kvůli přehlednosti výpočtů).

Bonusový problém: Zkonstruujte nějaké osmiprvkové těleso.