

Matematická analýza pro fyziky II
LS 2021/22, MFF UK
Sada příkladů 5

OBYČEJNÉ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

Lineární rovnice s konstantními koeficienty.

1. Nalezněte obecná maximální řešení rovnic

a) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$

b) $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$

c) ♣ $y'' - y = 2e^x - x^2$

d) $y'' - 3y' + 2y = \sin x$

e) ♠ $y'' + 4y' - 5y = 2e^x \sin^2 x$

f) $y'' - 2y' + y = 2xe^x + e^x \sin 2x$

g) $y^{(iv)} - 5y'' + 4y = \sin x \cos 2x$

h) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

i) $y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x$

Řešení: **a)** $y = (c_1x^2 + c_2x + c_3)e^x$, **b)** $y = c_1e^{3x} + c_2e^{-x} + \frac{e^{4x}}{5}$, **c)** $y = c_1e^x + c_2e^{-x} + xe^x + x^2 + 2$,
d) $y = c_1e^x + c_2e^{2x} + \frac{\sin x}{10} + \frac{3 \cos x}{10}$, **f)** $y = c_1xe^x + c_2e^x + \frac{x^3e^x}{3} - \frac{e^x \sin x \cos x}{2}$, **g)** $y = c_1e^{-2x} + c_2e^{-x} + c_3e^x + c_4e^{2x} - \frac{\sin x}{20} + \frac{\sin 3x}{260}$,
h) $y = c_1e^x + c_2xe^x + xe^x \ln|x|$, $x \in (-\infty, 0) \cup x \in (0, +\infty)$. **i)** $y = c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x - x \cos 2x + \sin 2x \ln|\cos x|$, $x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Zde $c_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, 3, 4$, a $y^{(iv)}$ značí 4-tou derivaci.

Příklady označené ♠ můžete odevzdávat na dalším cvičení jako domácí úkol.

Příklady označené ♣ jsou vyřešené na mých stránkách.