

**Matematická analýza pro fyziky II**  
**LS 2022/23, MFF UK**  
Sada příkladů 3

OBYČEJNÉ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

**Separované proměnné.**

1. Nalezněte obecné řešení nebo řešení Cauchyovy úlohy

a) ♣  $xy' = 2y$

b)  $y' = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

c)  $y' = \frac{1-x}{y}$

d)  $y' = -\frac{e^x}{2y(1+e^x)}$

e)  $y' = \sqrt{1-y^2}$

f)  $y' = \frac{y \ln y}{\sin x}$

g) ♠  $y' = -\frac{2x\sqrt{1-y^2}}{y}$

(2 body) h)  $y' = -\frac{x\sqrt{1-y^2}}{y\sqrt{1-x^2}}$

i)  $y' = \frac{\sqrt{y^2+1}}{xy}$

j)  $y' = \frac{2xy^2}{1-x^2}, y(0) = 1.$

2. Další příklady na seperovaná řešení.

a) Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$y'(2 - e^x) = -3e^x \operatorname{tg} y \cos^2 y$$

splňující

i)  $y(\ln 3) = 0$

ii)  $y(\ln 3) = \frac{\pi}{4}.$

b) ♣ Kterými body prochází právě jedno maximální řešení rovnice  $xy' - y = 0$ ?

c) ♣ Najděte křivky, pro které platí, že úsečka, ležící na tečně této křivky s krajními body na souřadných osách, má střed v bodě dotyku. Napište rovnici křivky, která prochází bodem (2,3).

**Homogenní rovnice a rovnice, které lze na homogenní převést.**

3. Nalezněte obecné řešení nebo řešení dané Cauchyovy úlohy

a) ♣  $xy' = x + 2y$

b) ♣  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$

c)  $y' = \frac{y+\sqrt{xy}}{x}$

d)  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$

e)  $y' = \frac{y}{x}(1 + \ln \frac{y}{x}), y(1) = e^{-\frac{1}{2}}$

f)  $y' = \frac{x-y+1}{x+y-3}$

g)  $y' = \frac{1}{x+y-2}$

h)  $y' = \frac{2x+y+1}{4x+2y-3}$

i)  $y' = \frac{y+x}{x+3} - \ln \frac{y+x}{x+3}.$

Příklady označené ♠ můžete odevzdávat jako domácí úkol.

Příklady označené ♣ jsou vyřešené na mých stránkách.