

POZNÁMKA K EUKLEIDOVĚ NORMĚ

Definice. Buď \mathbf{R} obor integrity. *Eukleidovu normu* na \mathbf{R} rozumíme zobrazení $N: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}_0$ takové, že pro každou dvojici a a $b \neq 0$ prvků oboru \mathbf{R} existují, $c, r \in \mathbf{R}$ tak, že

- (1) $a = bc + r$,
- (2) $r = 0$ nebo $N(r) < N(b)$.

Je-li \mathbf{T} těleso, je každé zobrazení $\mathbf{T} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}_0$ Eukleidovou normou na \mathbf{T} . Proto nelze z definice Eukleidovy normy ukázat, že

$$(*) \quad a \mid b \implies N(a) \leq N(b),$$

pro všechna nenulová $a, b \in \mathbf{T}$.

Je-li ale \mathbf{R} obor integrity a $N: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}_0$ Eukleidova norma na \mathbf{R} , je předpisem

$$N'(a) := \min_{a \mid b} N(b)$$

definována Eukleidova norma na \mathbf{R} splňující (*). Vlastnost (*) Eukleidovy normy tedy nelze dokázat, můžeme ji ale bez újmy na obecnosti předpokládat.