

Zářné zítřky matematického modelování?

**TOMÁŠ
ROUBÍČEK**

Předně, co je to vlastně modelování? Pokud slovník anglické „modeling“ vůbec nějak překládá, hovoří např. o „napodobování“ nebo „práci modelů“. Vynechám modelování pomocí atraktivních mladých „modelů“ a soustředím se, jak nadpis předjímá, na modelování pomocí matematiky. Takové modelování napodobuje určitý výsek reality tím, že se snaží ujasnit základní zákonitosti, např. fyzikální, mechanické, biologické, ekonomické, které jej řídí, a formulovat je matematickými rovnicemi či nerovnicemi, případně jejich soustavami. Ty dále analyzuje co se týká třeba existence a vlastností jejich řešení, a navrhuje teoreticky podložené metody jejich (alespoň přibližného) řešení. Takto připravené modely pak počítačově implementuje, provádí simulace, identifikuje parametry modelu či vstupní data. Výsledky pak vizualizuje a interpretuje, případně užívá k optimalizaci.

Ne každé modelování je opravdu matematické

Stalo se moderním zaklínat se matematickými modely. V inženýrství, ekonomii, fyzice, vědě o materiálech, biologii, lékařství, finančním „průmyslu“ a leckde jinde. Přesně vzato, ve skutečnosti ale většinou jde jen o počítačové modely bez hlubších matematických základů. Zpravidla se omezují jen na jakási (mnohdy spíše předstíraná) přibližná řešení specifických rovnic, aniž je známo, jestli tyto rovnice vůbec nějaké řešení mají, či jestli přibližná metoda opravdu poskytuje řešení, které by v nějakém smyslu bylo blízké hledanému „přesnému“ řešení, kdyby takové přec jen náhodou existovalo. Často se spíše objevují naopak náznaky, že tomu tak není – nicméně i takové modely se radostně používají, jen se třeba řekne, že přibližné řešení je závislé na parametrech aproximace (matematici by řekli, že přibližná metoda nekonverguje nebo prostě ani není k čemu konvergovat, a tedy model či metoda jsou naprosto nepoužitelné) nebo že jde o (již zmíněný) tzv. počítačový model. Validita takových modelů a jejich implementací se většinou pro jistotu nezkoumá.

Situace je často ještě horší, podíváme-li se na samotné rovnice, jež popisují takové modely. Nezřídka za nimi nejsou racionální fyzikální či jiné principy, ale jen hrubá fenomenologie. Někdy jsou dokonce s ultimativními (např. fyzikálními) principy evidentně v rozporu. Často ani s modelovaným

fenomémem nemají vůbec nic společného, jen pomocí dostatečného množství parametrů zvládají několik známých situací a předpokládají bez jakýchkoli racionálních zdůvodnění, že i další situace budou vypadat podle takového pseudomodelu. Přesto jsou zdrojem desítek publikací v impaktovaných časopisech i zdrojem úspěšných grantových či komerčních projektů.

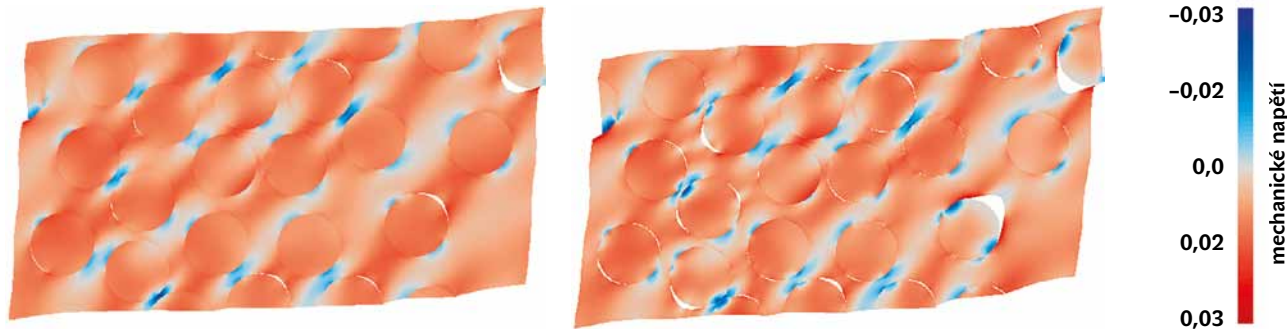
Pro ilustraci: jeden renomovaný italský termodynamik s hlubokým smyslem pro humor tento stav, konkrétně v kontextu modelů seismických procesů v zemské litosféře, komentoval slovy: ignorování (v tomto případě druhého) zákona termodynamiky model sice nezlepší, ale život někdy zjednoduší. Pro laického čtenáře si dovoluji poznamenat, že zmíněný zákon hovoří o nezmenšování chaosu (přesněji nezápornosti produkce entropie v uzavřených systémech) a reálné systémy se jím řídí naprosto bez výjimek (alespoň ve smyslu, že nikdy nebyl pozorován opak). Uvědomnění si fenoménu, o němž se tento zákon opírá, v 19. století R. Clausiem a pozdější užití a modifikace na otevřené systémy bylo velkým kulturním výtěžkem lidstva, spojeným dále ve 20. století např. se jmény J. van der Waalse, E. Schrödingera, A. Einsteina, W. Nernsta, L. Onsagera, či I. Prigogina, abych jmenoval alespoň některé z více než 20 nositelů Nobelových cen, jejichž práce souvisely s termodynamikou.

Řeklo by se tedy, že modelování je spíše jen hraní s počítači. To by ale bylo velmi zjednodušující. V mnoha případech (nebo možná, při troše optimismu, i docela často) se i ve shora nastíněném balastu skrývá rozumné jádro, které odráží realitu šikovně zjednodušujícím, ale přesto (či právě proto) užitečným způsobem. Mnoha kompromisům se ani v seriózním matematickém modelování prostě vyhnout nelze.

Nedávná historie 20. století

I po své mnohatisícileté historii si matematika ve 20. století spíše teprve budovala své moderní základy. Standardní inspirační zdroje, totiž prudce se rozvíjející fyzika a inženýrství, ale nemohly čekat, až se matematici „prokoušou“ všemi zdánlivě neužitečnými detaily a naučí se rigorózně uchopit kromě akademických úloh typu lineární rovnice vedení tepla také vskutku složité úlohy např. systémů nelineárních parciálních diferenci-

Prof. Ing. Tomáš Roubíček, DrSc., (*1956) vystudoval ČVUT v Praze a po aspirantuře v SVT ČSAV působí v ústavech Akademie věd ČR (od r. 1985 v Ústavu teorie informace a automatizace a od r. 2008 v Ústavu termomechaniky). Od r. 1989 pobýval řadu let na univerzitách v Evropě a v USA. V Čechách od r. 1995 působí též v oddělení matematického modelování v Matematickém ústavu Univerzity Karlovy, kde byl po habilitaci v r. 2000 a po jmenování profesorem v roce 2007 též ve funkci profesora v letech 2008–2011. Od r. 2011 působí také v Centru nových technologií a materiálů při ZČU v Plzni.



álních rovnic či nerovnic (které mohou popisovat třeba nevratnou nerovnovážnou termodynamiku spojitých prostředí pevných nebo tekutých látek, jejich směsí, polovodičů, ekologických systémů a mnoho jiného). Navíc obtížnost reálných úloh byla pro samotné matematiky vždy frustrující a většinou je odmítali brát na vědomí, i když mnozí si vždy uvědomovali ultimativní motivaci a výzvy, které jim takové úlohy poskytují.

Pro inženýry, fyziky, ekonomy a mnohé další si tak matematika budovala postavení nestravitelné a téměř nepoužitelné disciplíny, a krom nezbytného minima se naučili prakticky bez ní obejít. V obecné veřejnosti znechucené ze základních a středních škol předmětem, kterému se tam ne zcela přesně říká

1. Výsledky simulace postupného odtrhávání vláken v kompozitním materiálu při vzrůstajícím zatížení smykovou deformací spočítané pomocí modelu podloženém racionální lomovou mechanikou a rigorózní matematickou a numerickou analýzou. Na obrázku je vzorek obsahující dvacet vláken o průměru 10 mikrometrů, který je statisticky ekvivalentní mikrostrukturu skutečných materiálů. Rozložení hlavních napětí je zobrazeno v barevné škále (v jednotkách MPa); kladné hodnoty odpovídají tahovému namáhání, záporné tlakovému. Levý výsledek zobrazuje poškození pro průměrnou deformaci 1 %, pravý pak pro 2 %. Kompozitní materiály obecně mohou mít zcela jiné vlastnosti ve srovnání s materiály, ze kterých jsou konstruovány, a představují tak technologii s velkými aplikacemi nyní i v budoucnu. Zdroj: FSv ČVUT.

Získejte ze svých dat více informací

ARCDATA PRAHA
 **esri** Official Distributor

Vidět kdy a kde byla provedena pozorování nebo měření se hodí nejen geografům, ale i přírodovědcům. Geoinformatika – věda, která dokáže data zobrazit v mapě a následnou analýzou z nich vytežit podstatné informace – je komplexním oborem na pomezí přírodních věd a IT. Díky tomu bývá často vnímána jako náročná a zavedení geoinformačního systému se může zdát příliš složitě. To se ale změnilo s příchodem ArcGIS Online, webového prostředí, které umožňuje sdílet a prohlížet geografická data prostřednictvím interaktivních aplikací v okně webového prohlížeče nebo v chytrých telefonech a tabletech se systémy Android, iOS a Windows. Obsahuje podrobné podkladové mapy do měřítka 1:10 000 a další tematický obsah od nejvýznamnějších poskytovatelů geografických dat, jako je CENIA, česká informační agentura životního prostředí, Zeměměřičský úřad, Česká geologická služba a další. Důraz je kladen na pohodlné ovládání, proto je publikace dat i konfigurace mapových aplikací jednoduchá a přehledná. Data jsou uchovávána v zabezpečených úložištích a přístup k nim je řízen pomocí uživatelských rolí. Možnosti využití geografických dat se nyní otevírají každému. ArcGIS Online je totiž možné propojit i s aplikacemi Microsoft Excel a Sharepoint. Interaktivní mapu tak lze z tabulky vytvořit jen několika kliknutími. Zjistěte, co v sobě vaše data ukrývají, na ArcGIS.com.



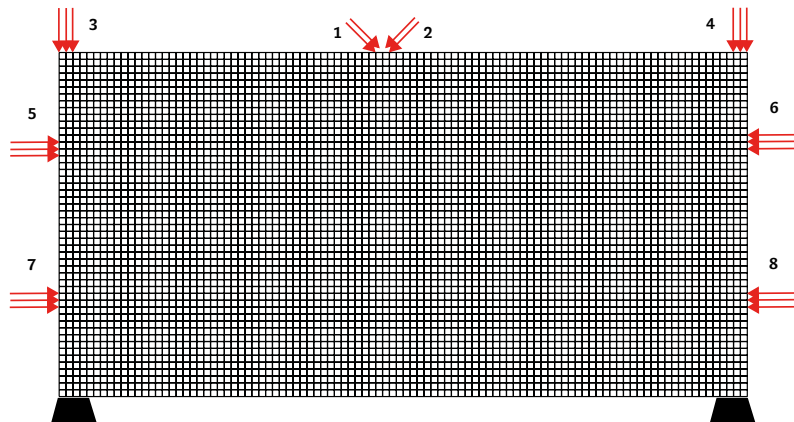
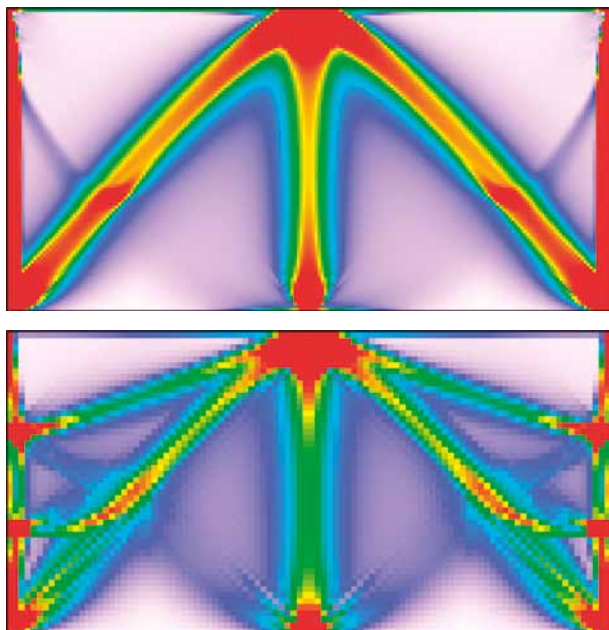
ARCDATA PRAHA, s. r. o., je firma plně specializovaná na technologie a služby v oblasti geografických informačních systémů. Poskytuje kompletní nabídku softwaru a služeb včetně dat dálkového průzkumu Země. Je autorizovaným distributorem firmy Esri, největšího světového výrobce GIS, dále systémů firem Exelis VIS (software ENVI), Telvent a kompresních programů firmy Lizardtech v České republice. Blíže informace: tel.: 224 190 511, e-mail: office@arcdata.cz nebo internet: www.arcdata.cz.

„matematika“, dokonce převládá názor, že je v matematice již vše dávno hotovo z předchozích staletí – což se jeví vědecky aktivním matematikům obzvláště absurdně.

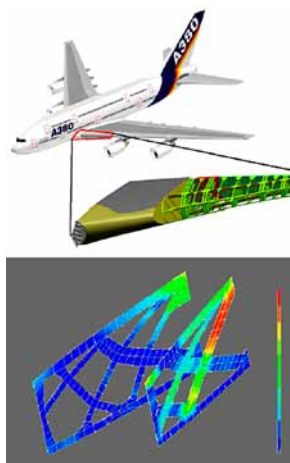
Mezitím ale matematika, podobně jako většina věd, prodělala výrazný rozvoj. Lacos se pomalu začíná umět opravdu použitelným způsobem. Stále více se uplatňuje víra (dokladovatelná výsledky), že dobře formulované rovnice (tedy např. dobrá fyzika) i přes svou obtížnost nakonec při jistém štěstí a hodně úsilí vedou i k dobré matematice – když ne hned, tak alespoň za pár desítek let. Toto je mocně podpořeno neustávajícím rozvojem numerických metod a algoritmů, a ovšem i výkonnosti počítačů. Na většině světových univerzit se tak ke konci 20. století zakládají katedry či oddělení s náplní matematického modelování nebo se tyto iniciativy alespoň implicitně promítají do vědeckých koncepcí již existujících matematických kateder.

Matematické modelování v současnosti

Kromě svého tradičního postavení jakožto součásti kulturního dědictví lidstva a strážkyně racionálního myšlení v jeho nejdestilovanější podobě jen s nevelkými aplikacemi se tak matematika (nebo alespoň jistě její část) stala prakticky použitelnou vědou právě zejména projekcí svých specifických částí do matematického modelování. A matematické modelování samo se tak stalo jakousi křížovatkou věd. Potkávají se různé části matematiky jak navzájem (užitá analýza, numerická matematika, algebra, geometrie, diskretní



2. Optimalizace tvaru a materiálu konstrukce: původní tvar a 8 různých nezávislých zatěžovacích sil (vlevo nahoře) a optimální tvar s ohledem na maximální pevnost a minimální váhu pro 4 či 8 sil (vlevo uprostřed či dole). Tento algoritmus, podložený konvergenční analýzou, byl použit i pro optimalizaci výztuh náběžné hrany křídla Airbusu 380 s úsporou kolem 45 % ve srovnání s konvenční konstrukcí (vpravo). Zdroj: Univ. Birmingham (UK) a ÚTIA AV ČR.



matematika), tak zejména s jinými vědami, jako jsou fyzika, materiálová věda, biologie, geologie, chemie, a samozřejmě s aplikovanými disciplínami, jako jsou inženýrství všeho druhu či ekonomie.

Cesta samozřejmě zdaleka nekončí a s přibývajícemi úspěšnými aplikacemi matematického modelování se též vynořují nové a ještě obtížnější výzvy. To má nezastupitelný význam jak pro matematiku samotnou, tak i pro aplikace, a konec konců i pro celou společnost. Matematické modelování se stává prostředkem poznání i relativně levnou technologií. Doplnuje dostupné experimenty nebo nahrazuje experimenty technicky, ekonomicky, či eticky neproveditelné v realitě. Umožňuje predikce nebo naopak pohledy do dávné minulosti překlenující milióny let. Zprostředkuje nebo doplňuje pohledy do nedostupných hlubin Země či dalekých mimozemských objektů, nebo naopak mikro- či nano-objektů třeba elektroniky, moderních materiálů (např. kompozitů, viz obr. 1) či živých buněk. Umožňuje výpočet kvantitativní citlivosti na změnu dat (což je v reálných systémech zpravidla zcela nedostupná informace), a pak vyzkoušením velkého množství situací efektivním způsobem vybrat nejlepší z nich (tzv. optimalizace, optimální návrh, či optimální řízení, viz obr. 2).

Konkrétními příklady mohou být modelování proudění stlačitelných i nestlačitelných tekutin (viz toto číslo Vesmír 91, 520–521, 2012/9), reologicky složitých materiálů na pomezí tekutých a pevných látek (viz J. Málek, V. Průša, toto číslo Vesmír 91, 502–504, 2012/9), geologického prostředí (viz. D. Mašín; Vesmír 89, 454, 2010/7-8), nebo aktivních materiálů (viz. M. Kružík, T. Roubíček; Vesmír 88, 21–23, 2009/1). Žádný důležitější technologický proces ani významnější inženýrské dílo (letadla, jaderné reaktory, auta, rychlovlaky, mosty, důlní díla, ale třeba ani

kvalitní kohoutky v koupelnách) se nezrealizují, aniž by předem nebyly důkladně namodelovány podstatné aspekty a subsystémy, důkladně se neodzkoušely mezní režimy, a případně se neprovedla optimalizace. Některé významné státy chápou matematické modelování i jako jeden z prostředků k udržení technologického náskoku pro strategickou obranu západní civilizace.

Absence matematických modelů či amatérské modely naopak způsobují škody. Např. model povodí Ohře pomohl značně zredukovat škody při povodních v r. 2002 v kontrastu s povodím Vltavy, kde žádný model nebyl vytvořen. Dalším příkladem jsou kolapsy staticky spočítaných budov či mostů vlivem vibrací při chybějících či nedobrych dynamických modelech.

Zářné zítřky?

Jak je snad z předchozího možné nahlédnout, s modelováním je třeba zacházet opatrně, má-li být užitečné. Svým multidisciplinárním charakterem vyžaduje vysokou kvalifikaci zúčastněných protagonistů. Jakou má takový nástroj budoucnost v kontextu současných trendů ve vědě a vzdělání? I když na toto téma bylo jistě leccos již napsáno, dovořím si ilustrovat současný stav pozorováními, které se zajisté netýkají jen matematického modelování.

Jsme obklopeni nadprodukcí a nekvalitou doprovázenou klamavou reklamou. Ani věda, i přes veškeré své obranné mechanismy, není výjimkou. Pod velkým ekonomickým a publikačním tlakem se snaží vědecky etablovat lidnaté regiony na blízkém i dálném Východě i regionální univerzity v Evropě. Mnoho výsledků se jen duplikuje či nepodstatně modifikuje, často se generují prakticky nepoužitelné pseudovýsledky. Vznikají časopisy s pochybnou úrovní někdy dokonce názvem klamavě imitující ty kvalitní; jeden z mnoha příkladů: vskutku etablovaný mezinárodní

časopis *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* a jeho jistá imitace *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. Na hlubší recenze nebývá čas, publikují se práce s desítkami autorů pro vykazování produkce institucí a grantových projektů. Naopak kvalitní myšlenky, práce, projekty i odborníky je někdy těžké prosadit. Užitečnost vědeckých výstupů se principiálně odhaduje nesmírně obtížně, a o to těžší je orientovat se v tomto v jistém smyslu zamořeném prostředí. Nicméně zatím se to s velkým úsilím a tolerovatelnými úchytkami snad poměrně daří, ať již pomocí (v principu nedokonalých) scientometrických nástrojů či „jen“ pomocí dosud existujících ostrůvků kvality a morálních standardů.

Nebezpečí negativních dopadů celosvětové degradace seriózní vědy a vůbec racionálního myšlení se akcentuje ve společnostech, které podléhají iracionálním trendům a začínají žít v jakési virtuální realitě. Těmto trendům podléhá nezřídka také místní společnost. V obecné veřejnosti spíše slaví úspěch např. zdánlivě průhledné a lukrativní deriváty než nesrozumitelné a zdánlivě neužitečné derivace, či levná a zdánlivě užitečná astrologie než přístrojově nákladná a zdánlivě neužitečná astronomie, pokud se vůbec obě rozlišuje. Čtenář si může dosadit podobně např. scientologii versus zmíněnou scientometrii, nebo Homeopatickou akademii versus Akademií věd, atd.

Nadprodukce, nekvalita, a klamavá reklama se týká i místních škol: až na výjimky z nich vycházejí generace polovzdělaných absolventů s velkými ambicemi a mnoha tituly či označeními, z nichž někteří navíc již začínají i sami učit. Za jednu práci více titulů je v Čechách již běžnou praxí i na renomovaných vysokých školách.

Na našich středních školách dle statistik OECD úroveň v posledních několika málo letech dramaticky klesla zejména právě v matematice (a to i ve srovnání s celosvětově klesajícími standardy). Vysoké školy, kde rapidní pokles kvality pod zástěrkou jejich absolutní autonomie a tzv. masifikace probíhá dle některých studií již přes 10 let, ale absolventy středních škol stále masivně berou někdy i bez přijímacích zkoušek či na základě zkoušek jen velmi formálních. Takové studenty pak ale vysoké školy přirozeně ani nemohou dostatečně kvalitně vzdělávat. Po 5 až 6 letech bakalářsko-magisterského studia se tak dokonce i v doktorském studiu (kde VŠ zákon vyžaduje ukončené magisterské studium) na renomovaných vysokých školách ocitají studenti fakticky jen se slabými bakalářskými znalostmi místo předpokládaných magisterských.

Takoví doktorandi pak nejsou schopni splnit požadavky v jednotlivých ročnících, ale studium přesto není ukončováno (jak určuje zmíněný zákon) a naopak je jim i zvyšováno stipendium (dokonce třeba proti vůli jejich školitelů). Ani když je studium po např. 7 až 8 letech přec jen nakonec ukon-

čeno studijním řádem pro nesplnění povinností, zdaleka to neznamená, že student na daném doktorském oboru opravdu skončil. Jsou praktikovány zkoušky bez přítomnosti studentů, prostě jen po e-mailu. Obhajoby jejich disertačních prací jsou organizovány narychlo, bez možnosti ustanovit řádné oponenty k tomu jmenovanými komisemi nebo tito oponenti nemají na přečtení prací rozumnou dobu. Je možno obhájit i práce s řadou věcných i formálních chyb a prakticky téměř neobsahující vlastní uveřejněné či k uveřejnění přijaté výsledky (vyžadované zmíněným VŠ zákonem). Dokonce i výsledky jen tzv. „připravené k uveřejnění“ na některých školách postačí k obhajobám doktorských prací již zcela oficiálně.

Většina členů akademických obcí ani netuší, že se takto studium nenápadně během let posouvá často již i za zákonný rámec. Jsou to moderní a svým způsobem „praktické“ metody, za něž by se nemuseli stydět ani právníci na západočeských vysokých školách. Ve výsledku pak ale dochází i k tomu, že třeba student ani po osmi letech v doktorském (!) studiu ve fyzikálně-matematickém oboru neumí nakreslit graf paraboly $f(x) = -x \cdot x$ či netuší, jak řešit soustavu lineárních algebraických rovnic. Pro humanitně orientované čtenáře, kteří bez těchto drobností samozřejmě velmi dobře mohou žít, připomínám, že to bývala látka na základních školách, dnes někdy spíše až na středních, a že se elementární dovednosti tohoto typu občas skutečně k něčemu hodí, aniž mám na mysli jejich pouhé zapamatování.

Budou se moci takoví absolventi, kterým se dostalo vzdělání již jen v moderním homeopatickém zředení, alespoň orientovat ve zmíněné vědecké celosvětové (nad)produkci předchozích generací, když již k ní sami nebudou moci přispívat na úrovni světových standardů?

Má tedy (z principu náročné) matematické modelování v takovém kontextu před sebou zářné zítřky? Obecně s ohledem na zmíněný význam, jaký celosvětově vydobýlo pro matematiku samotnou i pro aplikace, nepochybně ano. Vize zářných zítřků ale není automatická, a jistá minimální kultura racionálního myšlení a jistá společenská objednávka je podmínkou. Bez toho se modelování ve svém původním smyslu pouhého „napodobování“ může stát zcela kontraproduktivní. Možná ale právě v tomto místním kontextu sehraje matematické modelování, tam kde odolá degradujícím trendům a neskouzne do pouhého hraní si s počítači, další zajímavou roli také udržením standardů racionálního myšlení i v mnoha oborech mimo matematiku, kde se matematické modelování uplatňuje.

Poděkování: V příspěvku se odráží výzkum podporovaný Grantovou agenturou ČR v projektech 201/10/0357 a 201/12/0671. Autor děkuje doc. Ing. Janu Zemanovi, Ph.D. (FŠv ČVUT) a prof. RNDr. Michalu Kočvarovi, DrSc. (University Birmingham a ÚTIA AV ČR) za poskytnutí ilustrací a velké řadě profesních i neprofesních kolegů a přátel za cenné připomínky k předchozím verzím textu.