Typové příklady ze středoškolské analytické geometrie

Výběr příkladů není vyčerpávající, ale reprezentativním způsobem testují Vaše znalosti. Případné nedostatky si můžete doplnit studiem příslušné středoškolské učebnice nebo jednoho z řady přehledů.

1. Určete odchylku α vektorů $u = (1, 1)$, $v = (-4, 1)$.

   [$\alpha \doteq 2.11$]

2. Napište všechny typy rovnice přímky, která prochází body $A[-2, 2]$, $B[4, -1]$.

3. Stanovte rovnici přímky, která prochází bodem $A[1; 1]$ kolmo k přímce $6x + 4y - 3 = 0$.

   [$2x - 3y + 1 = 0$ (až na násobek)]

4. Vyšetřete vzájemnou polohu přímky $p : x = 5 - 3t; y = 2 + 2t$; a přímky AB, kde $A[1; 2]$, $B[4; 8]$. Případně určete souřadnice jejich průsečíku.

   [různoběžky, průsečík $[2; 4]$]

5. Stanovte rovnici přímky, která prochází bodem $B[2; 3]$ a má od přímky $2x + 5y - 5 = 0$ odchylku 45 stupňů.

6. Určete vzdálenost bodu $M[7; -2]$ od přímky $p : 6x - 8y - 77 = 0$.

   [$\frac{19}{10}$]

7. Určete obecnou rovnici roviny, je-li dáno její parametrické vyjádření:

   $$x = t + s, y = t - s, z = 5 + 6t - 4s,$$

   kde $t, s \in \mathbb{R}$.

   [$x + 5y - z + 5 = 0$ (až na násobek)]

8. Ověřte, že přímky $p : [-1, 1, -5] + t(1, 1, 2)$ a $q = [1, -2, 3] + s(1, 3, -1)$, kde $t, s \in \mathbb{R}$ jsou mimoběžky a nalezněte jejich příčku se směrem $(1, -2, 3)$.

9. Zjistěte vzájemnou polohu rovin α, β daných rovnicemi: $\alpha : x - y + 3z + 1 = 0$; $\beta : 2x - y + 5z - 2 = 0$.

10. Určete vzájemnou polohu přímky p a roviny α. V případě, že se protínají určete jejich průsečík a odchylku α přímky $p : x = t, y =$

$1+t, z=-1+2t, t \in \mathbb{R}$ a roviny $\alpha : x = 1+r-s, y = r+s, z = 2s$, kde $r, s \in \mathbb{R}$.

[$\alpha \doteq 0.491$]

11. Určete vzdálenost bodu $M[7;9;7]$ od přímky $p : x = 2+4t, y = 1+3t, z = 2t$, kde $t \in \mathbb{R}$.

[$\sqrt{22}$]

12. Určete rovnici tečny t kružnice $k : (x-3)^2 + (y+2)^2 = 100$ v bodě $T[9;6]$.

[$2x - 3y + 1 = 0$ (až na násobek)]

13. V závislosti na parametru p spočtěte druhý průsečík kružnice $x^2 + y^2 = 1$ s přímkou AB, kde $A = [-1, 0]$ a $B = [0, p]$.

$\left[\frac{1-p^2}{1+p^2}, \frac{2p}{1+p^2}\right]$

14. Najděte osovou rovnici elipsy, která má střed $S[0;0]$ a prochází body: $M[6;4]$; $N[8;3]$. Určete délky hlavní a vedlejší poloosy, excentricitu a ohniska této elipsy.

15.* Určete typ kuželosečky dané rovnicí $4x^2 + y^2 + 16x - 4y - 80 = 0$ a nalezněte k ní tečny bodem $[5, 0]$.

[elipsa, body dotyku jsou $[1; -6]$ a $[2; 8]$]

16.* Určete rovnici kulové plochy procházející daným bodem $A[1; -1; 4]$ a dotýkající se všech souřadnicových rovin kartézské soustavy souřadnic Oxyz.

17.* Ve kterých bodech hyperboly $h : 3x^2 - 2y^2 = 30$ jsou jejich průvodiče vůči ohniskům (tzv. ohniskové průvodiče) k sobě kolmé?

[$\pm 4, \pm 3$]

18.* Jak dlouhou tětivu vytíná parabola o rovnici $y^2 = 9x$ na přímce o rovnici $3x - 7y + 30 = 0$?

19.* Dokažte, že čtyřúhelník ABCD, jehož vrcholy mají v kartézské soustavě souřadnic souřadnice $A[5; 2; 6]$, $B[6; 4; 4]$, $C[4; 3; 2]$, $D[3; 1; 4]$ je čtverec.

20.* Dokažte, že výšky libovolného trojúhelníku se protínají v jednom bodě.