ZKOUŠKY Z MA PRO FYZIKY, 2.SEMESTR

šk. rok 1997/98, přednášející: M. Rokyta, KMA

Zkoušky obecně.

Předtermín: úterý, **26.5.**, místo a čas upřesním poté, co vyřeším rébus volných poslucháren. Řádné termíny zkoušky se konají: **2.6.** v $9.^{00}$ v K1 (písemná i ústní část), **4.6.** v $9.^{00}$ v K2 (pouze ústní zkouška), **9.6.** v $9.^{00}$ v K1 (písemka), a od $13.^{00}$ v K2 (ústní), **11.6.** v $9.^{00}$ v K1 (písemná i ústní), **18.6.** v $9.^{00}$ v K4 (písemná i ústní), a **2.7.** v $9.^{00}$ v K1 (písemná i ústní). Po prázdninách budou ještě dva termíny, a sice **15.9.** v $9.^{00}$ v K1 (písemná i ústní), **22.9.** v $9.^{00}$ v K1 (písemná i ústní). Během prázdnin (najdeme-li společný čas) je možno podnikat cokoli, co vyplyne ze vzájemné dohody.

Stejně jako v prvním semestru bude seznam viset na nástěnce naproti posluchárně K2, takže se do něj dále můžete zapisovat, přepisovat atd. Pro zkoušku samu platí stejná pravidla jako v zimním semestru.

Písemná část zkoušky.

Písemná část zkoušky trvá dvě hodiny, ve kterých bude nutno vyřešit tři příklady, vybrané z následujících témat:

(1) konvergence řady
(2) obyčejné diferenciální rovnice
(3) extrémy funkcí více proměnných nebo vázané extrémy funkcí více proměnných

Podrobněji: U **řady** půjde o zjištění, zda daná řada konverguje či ne (u řad s kladnými členy), případně zda konverguje absolutně či neabsolutně či vůbec (u řad s komplexními členy). Může se vyskytnout řada s parametrem. **Diferenciální rovnici** můžete dostat jakoukoli z typů, které stihneme probrat na přednášce. Může jít jak o nalezení [jediného] řešení počáteční úlohy, tak (nebudou-li specifikovány počáteční podmínky) o nalezení <u>všech</u> řešení dané rovnice. Pro **funkce více proměnných** budete hledat extrémy, a to buď lokální (na celém prostoru, pomocí stacionárních bodů a druhých diferenciálů) nebo globální (na specifikované kompaktní množině, a to uvnitř této množiny pomocí stacionárních bodů, na hranici např. metodou Lagrangeových multiplikátorů).

Literatura k písemné části zkoušky.

V uvedených sbírkách či skriptech je dostatečné množství příkladů ke všem třem tématům. Pokud někdo nemá k této literatuře snadný přístup, může mě navštívit a nechat si nějaké příklady oxeroxovat. Doporučuji zejména [KII], kde kromě diferenciálních rovnic, řad a funkcí více proměnných, najdete i příklady z lineární algebry.

[B] G.N. Berman, *Sbornik zadač po kursu matěmatičeskovo analiza*, (rusky), Nauka, Moskva, 1977.
[D] B.P. Děmidovič, *Sbornik zadač i upražněnij po matěmatičeskomu analizu*, (rusky, základní sbírka, všechny ostatní vznikly víceméně opisováním příkladů odsud), Nauka, Moskva, 1976.
[KII] Jiří Kopáček (& kol.), *Příklady z matematiky pro fyziky II.*, skriptum MFF UK.

Konzultace.

Jsem k dispozici pro konzultování libovolného problému z analýzy, ať už souvisí s přednáškou či nikoli, a to komukoli kdykoli po předběžné dohodě: telefon ke mně do pracovny je 21913269. Pracovnu mám v Karlíně (= Sokolovská 83), 2. patro, KMA (= rovně proti schodům), č. dveří 214.

Pokud se vám nepodaří mě telefonicky zastihnout, můžete to udělat taky tak, že přijdete ve dni, kdy zkouším a domluvíte se se mnou. Kdyby mi někdo chtěl psát ("Nemůžu přijet, nic neumím. S pozdravy ... "), může: M.R., KMA MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8 - Karlín. Ovšem nejjistější spojení je e-mail, ten čtu téměř denně:

`rokyta@karlin.mff.cuni.cz`

Literatura k ústní části zkoušky.

Nejblíže přednášce jsou skripta Kopáček a kolektiv, a to následujícím způsobem:

– v [K1] najdete: určitý integrál;

– v [K2] najdete: řady, metrické prostory, funkce více proměnných; do jejich nového vydání (1998) se vešly i diferenciální rovnice.

– v [K3] (staré vydání) najdete: diferenciální rovnice.

Seznam doporučené literatury:

[ρ] —, *Vlastní poznámky z přednášek*, 1994/95.

[K1] Kopáček, J., *Matematika pro fyziky I.*, SPN (skriptum MFF UK).

[K2] Kopáček, J., *Matematika pro fyziky II.*, SPN (skriptum MFF UK) Vydáno nově v květnu 1998, snad už to brzo bude k dostání..

[K3] Kopáček, J., *Matematika pro fyziky III.*, SPN (skriptum MFF UK).

[D1] Jarník, V., *Diferenciální počet 1*, Academia Praha, 1974.

[J1] Jarník, V., *Integrální počet 1*, Academia Praha, 1963.

Další možná literatura (pro zvídavé a slídily).

(1) Problémy pro pokročilé analyzníky je možno najít ve skriptech "J. Lukeš a kolektiv: Problémy z MA, skriptum MFF UK".

(2) Diferenciální rovnice, řady, funkce více proměnných a jiné, vše superpečlivě jarníkovsky zpracováno - toť skriptum "V. Jarník: Matematická analýza pro 3. semestr, skriptum MFF UK, 1978". (Aspoň vidíte, že vývoj nelze zastavit: tyto věci se kdysi dělaly až ve třetím semestru).

(3) Pokud si chce někdo číst speciálně jen o metrických prostorech, napadá mě monografie: "Tibor Šalát: Metrické prostory, Alfa, Bratislava, 1981".

(4) Z diferenciálních rovnic v české literatuře je nejúplnější publikace: "Jaroslav Kurzweil: Obyčejné diferenciální rovnice, SNTL, 1978", ale to je skoro samá teorie (Warning.)

POŽADAVKY K ÚSTNÍ ZKOUŠCE

(Opravená verze.)

Požadavky jsou rozděleny do několika základních okruhů. V každém okruhu nejprve specifikuji **pojmy**, které s danou problematikou souvisejí a které byste měli bez debat znát. Následuje výčet **faktů** z daného okruhu, které považuji za důležité. "Bez důkazu" znamená bez důkazu, jinak vždy s důkazem.

1. Určitý integrál - dokončení.

Pojmy: Integrál s proměnnou horní mezí, Newton-Leibnizova formule, zobecněný R-integrál. *Fakta:* ■ Věta o R-integrálu s proměnnou v horní mezi; spojitá funkce má vždy primitivní. ■ N-L. formule. ■ Zobecněný Riemannův integrál a N.-L. formule pro něj. ■ Per partes a substituce pro určitý integrál. ■ Dvě věty o střední hodnotě integrálního počtu. ■ Věta o Riemannovských součtech (bez důkazu) a některou z jejích aplikací, např: délka křivky, objem rotačního tělesa.

2. Obyčejné diferenciální rovnice.

Pojmy: obyčejná diferenciální rovnice; řád diferenciální rovnice; rozřešená a nerozřešená rovnice; separované proměnné, lineární ODR, homogenní a nehomogenní rovnice, Lipschitzova podmínka, variace konstant. *Fakta:* ■ Věta o lokální existenci řešení rovnice n-tého řádu (bez důkazu). ■ Věta o jednoznačnosti řešení rovnice n-tého řádu (bez důkazu). ■ Věta o nalepování dvou řešení. ■ Prostor řešení homogenní rovnice řádu n je lineární prostor dimenze n. Věta o řešení nehomogenní rovnice. ■ Věta o struktuře FS pro lineární rovnici s konstrntními koeficienty. ■ Vysvětlete techniku variace konstant, i v obecném případě. ■ Vysvětlete techniku speciální pravé strany. ■ Dále již jen praktické znalosti početního charakteru pro ty typy rovnic, které probereme na přednášce. Počítejte prosím s tím, že do početní techniky můžu šťourat, když se spolu budeme bavit o příkladu z písemky.

3. Číselné řady.

Pojmy: součet řady; konvergence, divergence řady; geometrická řada; harmonická řada; absolutní a neabsolutní konvergence; podmínka Bolzano - Cauchyova, Abelova parciální sumace. *Fakta:* ■ Početní pravidla pro řady (uzávorkování, součet, násobek) (bez důkazu). ■ Nutná podmínka konvergence řady. ■ Konvergence a divergence pro řady s nezápornými členy. ■ Srovnávací kritérium I. ■ Podílové a odmocninové kritérium. ■ Integrální kritérium (nemusíte znát odhady pro částečné součty něj plynoucí). ■ Srovnávací kritérium II (limitní). ■ Bolzano-Cauchyova podmínka pro řady. ■ Abelovo, Dirichletovo, Leibnizovo kritérium. ■ Přerovnávání absolutně konvergentních řad. ■ Násobení řad.

4. Metrické prostory.

Pojmy: metrika; norma; okolí bodu; otevřená, uzavřená množina; vnitřek, uzávěr, hranice množiny; podprostor metrického prostoru; konvergence v metrickém prostoru; cauchyovská posloupnost; úplnost; kompaktnost; omezenost; spojitá zobrazení v metrických prostorech, stejnoměrná spojitost, pevný bod zobrazení. *Fakta:* ■ Definice metriky a normy. ■ Vlastnosti systémů otevřených a uzavřených množin. ■ Konvergence v prostoru $\mathbb{R}^n$ je "po složkách". ■ Prostor $\mathbb{R}^n$ je úplný. ■ Ekvivalentní charakteristika uzávřené množiny. ■ Kompakt je uzavřený a omezený. ■ Charakterizace kompaktů v $\mathbb{R}^n$. ■ Vztah kompaktnosti a úplnosti. ■ Ekvivalentní charakterizace spojitosti. (Heineho věta, vzory otevřených a uzavřených množin). ■ Spojitý obraz kompaktu a důsledky (tj. nabývaní maxima, minima; omezenost, stejnoměrná spojitost). ■ Banachova věta o pevném bodu.

5. Funkce více proměnných.

Pojmy: spojitost a limita; parciální derivace, derivace ve směru; totální diferenciál; lokální a globální extrém, extrém vzhledem k množině; stacionární bod; vyšší parciální derivace; druhý totální diferenciál; funkce třídy $\mathcal{C}^k$, $k = 1, 2, \ldots$; pozitivně a negativně [semi]definitní zobrazení, indefinitní zobrazení; implicitní funkce; vázaný extrém, Lagrangeův multiplikátor. *Fakta:* ■ Totální diferenciál a jeho charakterixace pomocí limity. ■ Existence totálního diferenciálu implikuje existenci derivací ve všech směrech a spojitost v bodě. ■ Spojitost parciálních derivací implikuje existenci totálního diferenciálu. ■ Totální diferenciál součtu, součinu, podílu funkcí. ■ Totální diferenciál složené funkce, vzorec pro parciální derivování složené funkce. ■ Věta o střední hodnotě. ■ Taylorův vzorec. ■ Vztah lokálního extrému a stacionárního bodu. ■ Záměnnost vyšších parciálních derivací (bez důkazu). ■ Existence druhého diferenciálu. ■ Vztah lokálních extrémů a druhého diferenciálu. ■ Věta o implicitních funkcích v $\mathbb{R}^2$ (bez důkazu). ■ Věta o Lagrangeových multiplikátorech (s důkazem jen pro jednu vazbu a v $\mathbb{R}^2$).

Pro zájemce je k disposici i "Sylabus" (tj. "co kdy bylo odpředneseno") – k mání je na

`http://www.karlin.mff.cuni.cz/~rokyta/vyuka/`

jako ostatně všechny další informace o zkouškách atd.

Přeju hodně štěstí u všech zkoušek a hezké prázdniny.

M. Rokyta, 18.5.1998