

# Písemná zkouška z Matematické analýzy 1a

## ZS 2008-09, 8. 6. 2009

---

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 120 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známkou „neprospěl/a“.
- Každý příklad začnete počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různí opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.

**Příklad 1 :** Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^{111} + n^{110}} - \sqrt[3]{n^{111} - n^{110}}}{\sqrt{n^{10} + n^9} - \sqrt{n^{10} - n^9}} \cdot \frac{(n^2 + 19)^3 - (n^2 - 19)^3}{(n^2 + 3)^{19} - (n^2 - 3)^{19}}.$$

(15 bodů)

**Příklad 2 :** Spočtěte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1^{x+1} + 2^{x+1} + 4^{x+1}}{7} \right)^{1/x}.$$

(15 bodů)

**Příklad 3 :** Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \binom{2n}{n}.$$

(15 bodů)

**Příklad 4 :** Vyšetřete průběh funkce definované předpisem

$$f(x) = \log \left( \frac{x+2}{x^2+2x+1} \right).$$

(15 bodů)