

Písemná zkouška z Matematické analýzy 1a

ZS 2008-09, 20. 3. 2009

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 120 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známku „neprospěl/a“.
- Každý příklad začnete počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různí opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.
- Ústní zkoušky budou probíhat ve středu a v pátek. Pokud se Vám některý z těchto termínů nehodí, uveďte to na první straně písemky.

Příklad 1 : Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^{75} + n^{60}} - \sqrt[3]{n^{75} - n^{60}} \right) \cdot \frac{(n^3 + n^2)^{20} - (n^2 + n)^{30}}{(n+1)^{70} - (n-1)^{70}}.$$

(15 bodů)

Příklad 2 : Spočtěte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 2^{\sin x}}{x \cdot (1 - \cos x)}.$$

(15 bodů)

Příklad 3 : Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! + 1}{(n+2)! + 2}.$$

(15 bodů)

Příklad 4 : Vyšetřete průběh funkce definované předpisem

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^3 + 1}}.$$

(15 bodů)