

# Písemná zkouška z Matematické analýzy 1a

## ZS 2008-09, 16. 2. 2009

---

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 120 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známkou „neprospěl/a“.
- Každý příklad začnete počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různí opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.

**Příklad 1 :** Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{((n^5 + n^3)^{20} - (n^4 + 1)^{25}) \cdot (\sqrt[3]{n^3 + n^2 - 1} - \sqrt[3]{n^3 + n + 2})}{(n + 2)^{100} - (n + 1)^{100} - 100n^{99}}.$$

(15 bodů)

**Příklad 2 :** Spočtěte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 5e^{\frac{x}{x+2}} - 4 \right)^{x + \frac{2}{x}}.$$

(15 bodů)

**Příklad 3 :** Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \log \left( \frac{n+1}{n} \right) \right)^{n^2},$$

kde symbolem  $\log$  značíme přirozený logaritmus, tedy logaritmus o základu  $e$ . (15 bodů)

**Příklad 4 :** Vyšetřete průběh funkce definované předpisem

$$f(x) = \frac{|1+x|}{\sqrt[3]{x}}.$$

(15 bodů)