

Písemná zkouška z Matematické analýzy 1a

ZS 2008-09, 9. 2. 2009

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 120 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známkou „neprospěl/a“.
- Každý příklad začnete počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různí opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.

Příklad 1 : Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3} + \sqrt{n} + 1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} \cdot \frac{(n^4 + n)^{50} - (n+1)^{200}}{(n+1)^{202} - n^{202}}.$$

(15 bodů)

Příklad 2 : Spočtěte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x^2} - 3^{x^2}}{(2^x - 3^x)^2}.$$

(15 bodů)

Příklad 3 : Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n}}.$$

(15 bodů)

Příklad 4 : Vyšetřete průběh funkce definované předpisem

$$f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2(x+3)}.$$

(15 bodů)