

Písemná zkouška z Matematické analýzy 1a

ZS 2008-09, 2. 2. 2009

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 120 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známkou „neprospěl/a“.
- Každý příklad začnete počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různí opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.

Příklad 1 : Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{\sqrt{n}(n+1)}}{\sqrt{4n+3} - \sqrt{4n+2}}.$$

(15 bodů)

V příkladech 2, 3 a 4 je symbolem $\log x$ označen přirozený logaritmus (logaritmus o základu e).

Příklad 2 : Spočtěte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\log(1+x)}{\arcsin x} - 1}{x}.$$

(15 bodů)

Příklad 3 : Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+3} \left(\log \frac{n+3}{n+1} \right)^n.$$

(15 bodů)

Příklad 4 : Vyšetřete průběh funkce definované předpisem

$$f(x) = \frac{1}{2} \arccos(1 - \log^2 x).$$

(15 bodů)