

Písemná zkouška z Matematické analýzy 1a

ZS 2008-09, 26. 1. 2009

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 120 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známkou „neprospěl/a“.
- Každý příklad začnete počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různí opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.

Příklad 1 : Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 1)^{100} - (n + 1)^{200}}{(n^8 + 2)^{25} - (n^4 + 1)^{50}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{n^{12} + 2n^{11} + 1} - \sqrt[3]{n^{12} + n^{11} + 1}}.$$

(15 bodů)

Příklad 2 : Spočtěte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\cotg x}.$$

(15 bodů)

Příklad 3 : Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 + 2^n}{3^n} + \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt[4]{n}} \right).$$

(15 bodů)

Příklad 4 : Vyšetřete průběh funkce definované předpisem

$$f(x) = \arccos \left(\frac{2 \log x}{1 + \log^2 x} \right),$$

kde $\log x (= \ln x)$ je přirozený logaritmus (logaritmus o základu e). (15 bodů)